Vorlesung Sprachverarbeitung

Übung 5

1. Bayes'sche Entscheidungsregel

(a) Wozu dient die Bayes'sche Entscheidungsregel?

(b) Wie lautet die Formel zur Bayes'schen Entscheidungsregel?

(c) Ein Arzt hat die folgenden Wahrscheinlichkeiten bezüglich der Krankheit seines Patienten getroffen.

$$\begin{aligned} P(Bronchitis) &= 0.05 \\ P(Husten) &= 0.25 \\ P(Husten/Bronchitis) &= 0.8 \end{aligned}$$

Was bedeuten diese Werte ?

(d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Patient eine Bronchitis hat, wenn er hustet?

2. Maximum Likelihood Schätzung

(a) Was ist die Maximum Likelihood Schätzung?

(b) Welche Voraussetzungen müssen gegeben sein?

(c) Es liegen die folgenden Daten einer Verteilung vor :

$$x_1 = 0.4 \quad x_2 = 1.2 \quad x_3 = 1.8 \quad x_4 = -1.0 \quad x_5 = 0.7 \quad x_6 = 0.2$$

Es soll nun der Mittelwert und die Varianz der Datenwerte geschätzt werden unter der Annahme, dass die Daten normalverteilt sind.

(d) Eine andere Verteilung hat folgende Gestalt:

$$f(t) = \begin{cases} \theta \cdot t^{\theta-1} & t \in \{0,1\} \\ 0 & \end{cases}$$

Schätzen Sie den unbekannten Parameter θ durch einen Maximum Likelihood Ansatz.

3. Schätzen von Mischverteilungen mit dem Expectation-Maximization (EM) Algorithmus

(a) Was ist eine Mischverteilung?

(b) Gesucht sind die Mittelwerte μ_1 und μ_2 einer Mischverteilung. Verwenden Sie den Kullback-Leibler Abstand und die Startwerte $\mu_1 = -12$, $\sigma_1 = 3.5$ sowie $\mu_2 = 11$, $\sigma_2 = 2.6$.
Gegebene Beobachtungen:

$$\begin{array}{llll} x_1 = -3.6 & x_2 = -3.95 & x_3 = -5.15 & x_4 = -2.55 \\ x_5 = 4.8 & x_6 = 5.35 & x_7 = 7.00 & x_8 = 6.05 \end{array}$$

Der Kullback-Leibler Abstand ist gegeben durch:

$$Q(\hat{\lambda}, \lambda) = -\sum_{k=1}^{K} \left(\sum_{i=1}^{N} y_{i,k} \left(ln\sqrt{2\pi} + ln\sigma_k + \frac{(x_i - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2} \right) \right)$$

mit

$$y_{i,k} = \frac{p_k P(x_i|\mu_k, \sigma_k)}{\sum_{\lambda=1}^{K} p_\lambda P(x_i|\mu_\lambda, \sigma_\lambda)}$$

und $p_k = 0.5 \forall k$. Die Wahrscheinlichkeiten $P(x_i|\mu_k, \sigma_k)$ sind gegeben durch eine Gaussverteilung:

$$P(x_i|\mu_k, \sigma_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \quad e^{-\frac{(x_i-\mu_k)^2}{2\sigma_k^2}}$$

4. Dynamic Time Warping (DTW)

Berechnen Sie zu den Beobachtungen X die wahrscheinlichste Musterzuordnung Y mit dem DTW-Algorithmus. Die lokalen Distanzen sind in den folgenden Tabellen dargestellt:

Y_1:

	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	1	4	5	8
y_2	4	3	2	7
y_3	7	4	9	1

Y_2:

	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	2	1	4	5
y_2	1	0	6	0
y_3	9	3	6	2