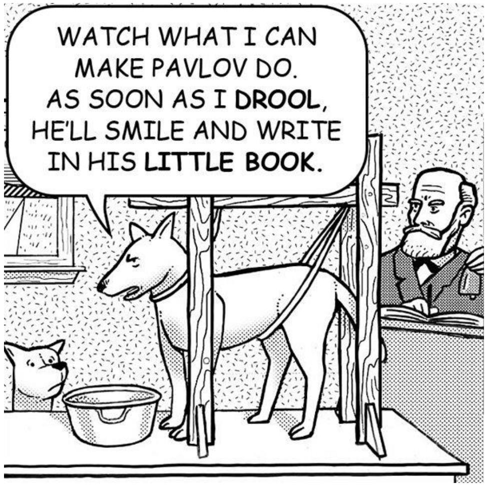
Computational Neuroscience II / Engineering Neuroscience
Übung 04
Rescorla-Wagner-Regel

M.Sc. Juliane Höbel-Müller
Geb. 03, R. 322
Juliane.Hoebel@ovgu.de

Inhalt

- Klassische Konditionierung (Pawlow'sche Experiment)
- Rescorla-Wagner-Lernregel
- Zwei klassische Konditionierungsparadigmen
- Vorstellung des Übungsblattes (Rescorla-Wagner-Regel)



„The Truth behind Pavlov's Conditioning Experiments."

http://acidrayn.com/2012/07/26/the-truth-behind-pavlovs-conditioning-experiments/

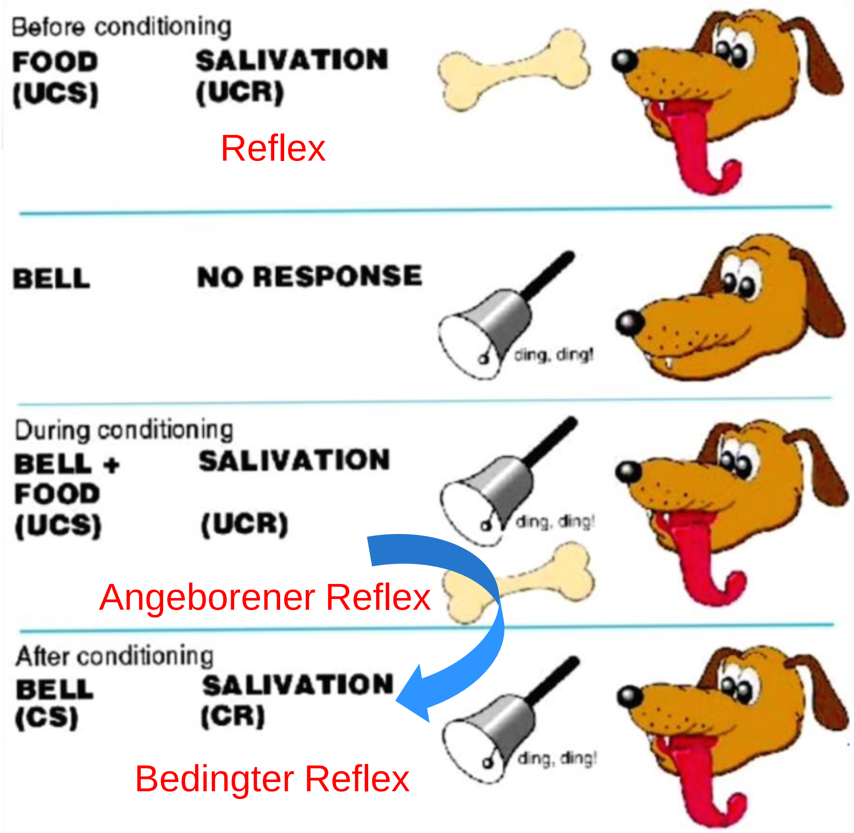
Klassische Konditionierung

- **Klassische Konditionierung** → Vorlesungsfolie 151 ff.

- Pawlow'sche Hund:

Futter = Belohnung

Assoziation zw. Glockenklingeln & Belohnungserwartung



UCS: „unconditioned stimulus“

UCR: „unconditioned reaction“

CS: „conditioned stimulus“

CR: „conditioned reaction“

Rescorla–Wagner–Regel

- Lernregel zur Bestimmung der Assoziationsstärke $\boldsymbol{w}$

- Design der Lernregel basiert auf Minimierung von $\langle (r - v)^2 \rangle$
- Lernregel:

$$\boldsymbol{w} \rightarrow \boldsymbol{w} + \varepsilon\delta\boldsymbol{u} \quad \text{mit} \quad \delta = r - v$$

„Assoziationsstärke“ $\boldsymbol{w}$
Stimulusvektor $\boldsymbol{u}$
„Vorhersagefehler“ δ
Tatsächliche Belohnung r
Erwartete Belohnung v

- Erwartete Belohnung v („Prädiktion der Belohnung“):

$$v = \boldsymbol{w}\,\boldsymbol{u}$$

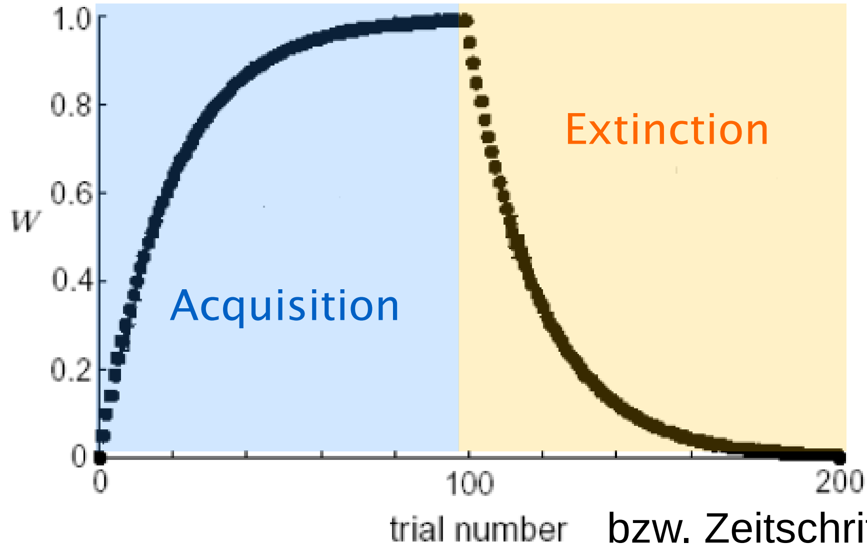
- Lernrate ε
- Beschreibung der Änderungsrate der Assoziation des Stimulus mit der Belohnung

→ „Langsame oder schnelle Konditionierung“

Zwei klassische Konditionierungsparadigmen

- Pawlow‘sches Lernen („Acquisition“): Assoziationsstärke w nähert sich der asymptotischen Grenze $w = r$
- Abschwächung („Extinction“): w nähert sich $w = 0$ an

Assoziationsstärke w



bzw. Zeitschritte

Lernkurven bei Pawlow‘scher Konditionierung
(Theoretical Neuroscience, Dayan & Abbot)

Besprechung des Übungsblattes

Rescorla-Wagner-Regel

Besprechung des Übungsblattes

- **Stimuli**-Vektor: $\boldsymbol{u} = (u_1,\ u_2)$ mit $u_1,\ u_2 \in \{0,1\}$
- Vorhandensein eines Stimulus := 1 (andernfalls 0)
- Unabhängiges Auftreten von u_1 und u_2 (p_A und p_B)

- Aktuelle **Belohnung** $r \in \{0,1\}$

- **Assoziations**stärke $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2)$, $w_1, w_2 \in \mathbb{R}$

Modellierung des Vorhersagefehler

- **Rescorla-Wagner-Regel:** $\boldsymbol{w}_i = \boldsymbol{w}_{i-1} + \varepsilon\delta_i\boldsymbol{u}_i$ mit $\delta_i = r_i - v_i$

Skalarprodukt

- Erwartete Belohnung $v_i = \boldsymbol{w}_{i-1} \cdot \boldsymbol{u}_i$

Aufgabe 2: Zwei unabhängige Stimuli A und B

- 1) Vervollständigen der Wahrscheinlichkeitstabelle ($p_A = \frac{1}{3}, p_B = \frac{1}{5}$)
- 2) Berechnung des Vektors der Erwartungswerte $\langle \boldsymbol{u} \rangle$
- 3) Berechnung der Korrelationsmatrix $\langle \boldsymbol{u}\, \boldsymbol{u}^T \rangle$
- 4) Berechnung der Inversen der 2x2-Korrelationsmatrix: $\langle \boldsymbol{u}\, \boldsymbol{u}^T \rangle^{-1}$
- 5) Überprüfung der Inversen via Matlab (Funktion *inv*)

	A	$\neg A$	
B	$p_A\, p_B$	$(1-p_A)\, p_B$	p_B
$\neg B$	$p_A\,(1-p_B)$	$(1-p_A)\,(1-p_B)$	$1-p_B$
	p_A	$1-p_A$	1

Tabelle 1: Auftretenswahrscheinlichkeiten der Stimuli u_1 und u_2, die in dem Stimuli-Vektor $\boldsymbol{u} = (u_1,\ u_2)$ mit $u_1 \in \{\mathrm{A}, \neg\mathrm{A}\}$ und $u_2 \in \{\mathrm{B}, \neg\mathrm{B}\}$ zusammengefasst sind.

Aufgabe 2: Korrelationsmatrix $\langle \boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T \rangle$

- Enthält paarweise Korrelationskoeffizienten der Elemente von $\boldsymbol{u}$
- Verwandt mit der Kovarianzmatrix (siehe Üb. 3: Okulare Dominanz)

- Berechnung der **Korrelationsmatrix** $\langle \boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T \rangle$ (siehe Übungsblatt):

$$\begin{pmatrix} \langle u_1^2 \rangle & \langle u_1\, u_2 \rangle \\ \langle u_1\, u_2 \rangle & \langle u_2^2 \rangle \end{pmatrix}$$

- Bsp.: Berechnung von $\langle {u_i}^2 \rangle$

$$\langle {u_1}^2 \rangle = \langle u_1 \rangle = \sum\nolimits_{u_1 \in \{1,0\}} u_1 \cdot P(u_1) = A \cdot P(A) + \neg A \cdot P(\neg A) = p_A$$

$\boldsymbol{u} = (u_1, \ \ u_2)$
$u_1 \in \{A, \neg A\}$ bzw. $\{1,0\}$
$u_2 \in \{B, \neg B\}$ bzw. $\{1,0\}$

p_A, siehe Tabelle 1
$p_A = P(A,B) + P(A\,,\neg B)$

Aufgabe 2: Inverse Matrix $\langle u\, u^T \rangle^{-1}$

- Formel zur Berechnung der inversen Matrix mithilfe der Adjunkten:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot Adj(A)$$

- Inverse einer 2x2-Matrix:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}^{T} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3: Vollständige Konditionierung

- Annahme: Belohnung ($r = 1$) erfolgt genau dann, wenn Stimulus A vorhanden

p_r	A	$\neg A$	
B	$p_A p_B$	0	$p_A p_B$
$\neg B$	$p_A (1 - p_B)$	0	$p_A (1 - p_B)$
	p_A	0	p_A

Tabelle 2: **Belohnung**swahrscheinlichkeiten

Aufgabe 3: Vollständige Konditionierung

- 1) Berechnung: Vektor der Erwartungswerte

$$\langle r\, \boldsymbol{u} \rangle = \begin{pmatrix} \langle r\, u_1 \rangle \\ \langle r\, u_2 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle r\, A \rangle \\ \langle r\, B \rangle \end{pmatrix}$$

… weil
$\neg A = 0$
$\neg B = 0$

i.S.v. „erwartete Assoziation
des Stimulus mit einer Belohnung“

- Erwartungswert von $r\, u_1$:

$$\langle r\, u_1 \rangle = \langle r\, u_1 |\, u_2 \rangle = \sum_{u_1,\, u_2,\, r} r \cdot u_1 \cdot \mathrm{P}(u_1, u_2)$$

Berechnung des Erwartungswertes von $r\, u_1$ mit $u_1 \in \{A, \neg A\}$ und $r \in \{1, 0\}$ unter der Bedingung („|“), dass der Stimulus u_2 eingetreten ist, d.h. $u_2 = B = 1$, oder nicht eingetreten ist, d.h. $u_2 = \neg B = 0$

- Analog für $\langle r\, u_2 \rangle$

Aufgabe 3: Vollständige Konditionierung

- 2) Matlab: Iteratives Lernen der Assoziationsstärke $\boldsymbol{w}$

- **Rescorla-Wagner-Regel:** $\boldsymbol{w}_i = \boldsymbol{w}_{i-1} + \varepsilon \delta_i \boldsymbol{u}_i$ mit $\delta_i = r_i - v_i$
- Erwartete Belohnung $v_i = \boldsymbol{w}_{i-1} \cdot \boldsymbol{u}_i$
- Aktuelle **Belohnung** $r \in \{0,1\}$
- **Assoziation**sstärke $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2)$ mit $w_1, w_2 \in \mathbb{R}$

- 3) Berechnung der erwarteten Assoziation zw. Stimuli und Belohnung gemäß Rescorla-Wagner-Regel:

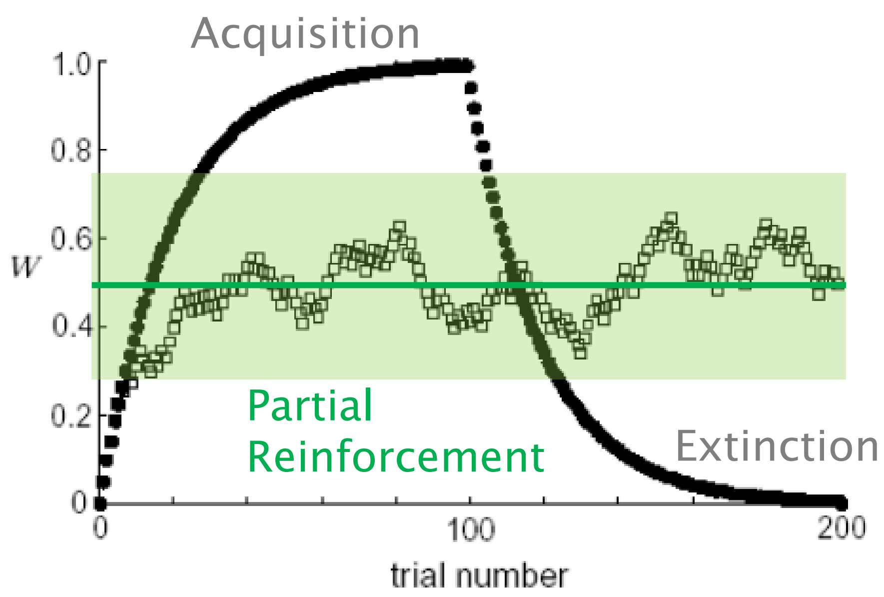
$$\boldsymbol{w} = \langle \boldsymbol{u}\boldsymbol{u}^T \rangle^{-1} \langle r\, \boldsymbol{u} \rangle$$

Annäherung der simulierten $\boldsymbol{w}_i$ an den Wert $\boldsymbol{w}$

Aufgabe 4: Partielle Konditionierung

- Partial Reinforcement
- Stimulus zufällig assoziiert mit Belohnung
- Ergebnis: w variiert um $w = \langle r \rangle$

Aktuelle Belohnung erfolgt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\boldsymbol{p_r = 0.5}$



Lernkurven bei Pawlow‘scher Konditionierung
(Theoretical Neuroscience, Dayan & Abbot)

Aufgabe 5: Inhibitorische Konditionierung

$\rightarrow$	Association	-	Suppression of expectation of reward	.	Absence of reward
s	Stimulus	α	Partial/weakened expectation	r	Reward

Paradigm	Pre-Train	Train	Result
Pavlovian		$s \rightarrow r$	$s \rightarrow 'r'$
Extinction	$s \rightarrow r$	$s \rightarrow \cdot$	$s \rightarrow '\cdot'$
Partial		$s \rightarrow r \quad s \rightarrow \cdot$	$s \rightarrow \alpha'r'$
Blocking	$s_1 \rightarrow r$	$s_1 + s_2 \rightarrow r$	$s_1 \rightarrow 'r' \quad s_2 \rightarrow '\cdot'$
Inhibitory		$s_1 + s_2 \rightarrow \cdot \quad s_1 \rightarrow r$	$s_1 \rightarrow 'r' \quad s_2 \rightarrow -'r'$
Overshadow		$s_1 + s_2 \rightarrow r$	$s_1 \rightarrow \alpha_1'r' \quad s_2 \rightarrow \alpha_2'r'$
Secondary	$s_1 \rightarrow r$	$s_2 \rightarrow s_1$	$s_2 \rightarrow 'r'$

- $s_1 \rightarrow r$ Trials resultieren in positiven Wert für w_1
- w_2 muss negativ sein (d.h. inhibitorisch)

Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit!

Viel Erfolg!

Referenzen:
→ Vorlesung CNS II
→ Buch Theoretical Neuroscience (Dayan & Abbott)