Übung Medizinische Signal- und Informationsverarbeitung

1. Zeige, dass die Z-Transformation für $Z\{x[n]\} = X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n z^{-n}$

   - das Faltungstheorem erfüllt ist:

   $$Z\{x(n) \star h(n)\} = X(z) \cdot H(z)$$

   - und folgendes Theorem für die Ableitung der Z-Transformation gilt

   $$-z\frac{dF(z)}{dz} = Z\{n \cdot f[n]\}$$

2. Berechne die inverse Z-Transformation von:

   $$X(z) = \frac{z-1}{z-2}, \quad |z| > 2.$$

   Benutze bekannte Eigenschaften der Z-Transformation.

3. Berechne die inverse Z-Transformation von:

   $$F(z) = \frac{1}{z^3(2z-1)}.$$

   Benutze bekannte Eigenschaften der Z-Transformation und die Relation

   $$X(z) = \frac{1}{(z-z_\infty)}, \quad |z| > |z_\infty| \quad \Leftrightarrow \quad x[n] = u[n-1]z_\infty^{n-1}$$

   ($u[n]$ ist die Einheitssprungfolge).

4. Berechne die inverse Z-Transformation von $F(Z)$.

   $$F(z) = \frac{z}{(z+0.5)^2(z-1)}$$

   Benutze die Partialbruchzerlegung und folgende Eigenschaft der Z-Transformatin:

   $$X(z) = \frac{1}{(z-z_0)^k} \quad \Leftrightarrow \quad x[n] = u(n-k)\binom{n-1}{k-1} z_0^{n-k}, \qquad |z| > |z_0|$$