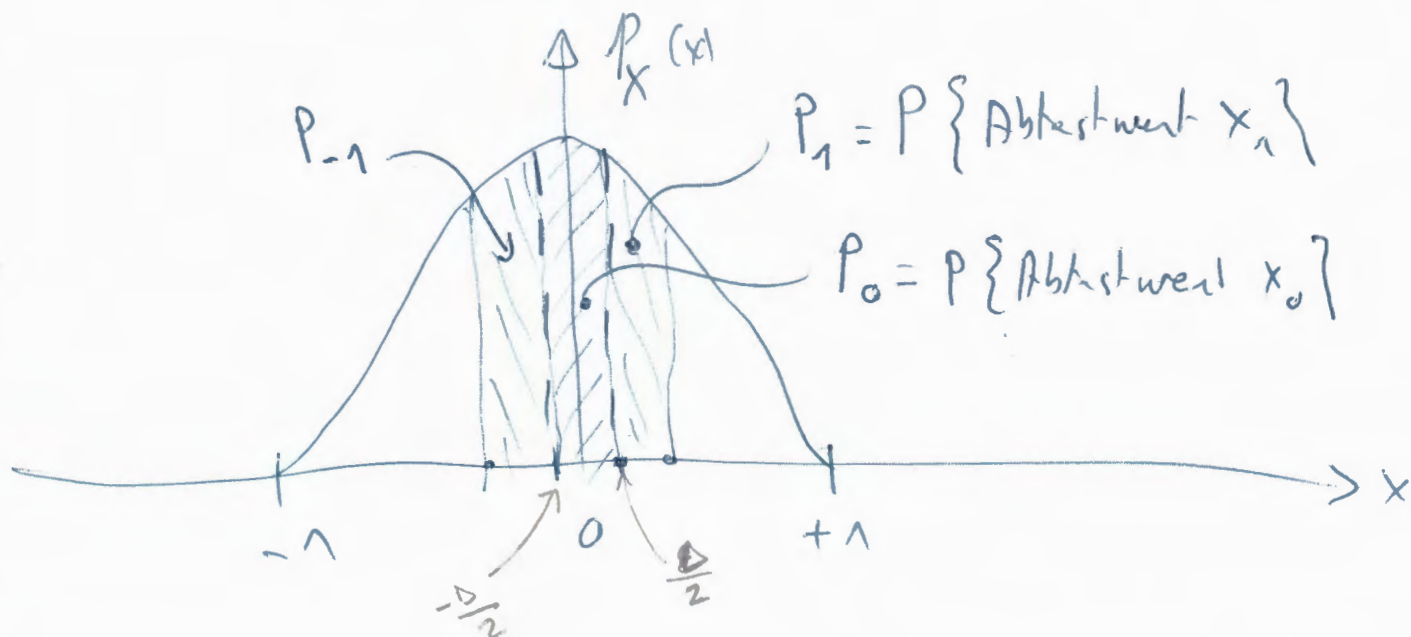


4.1.3: Signalkompression und nichtgleichmäßige Quantisierung

Die einzige Fehlerquelle in der digitalen Übertragung, die nicht behoben werden kann, ist das Quantisierungsrauschen. Es ist deshalb besonders wichtig, diesen Fehler zu minimieren:

- Statistik des Signals



Die gleichmäßige Quantisierung ist durch zwei Eigenschaften charakterisiert:

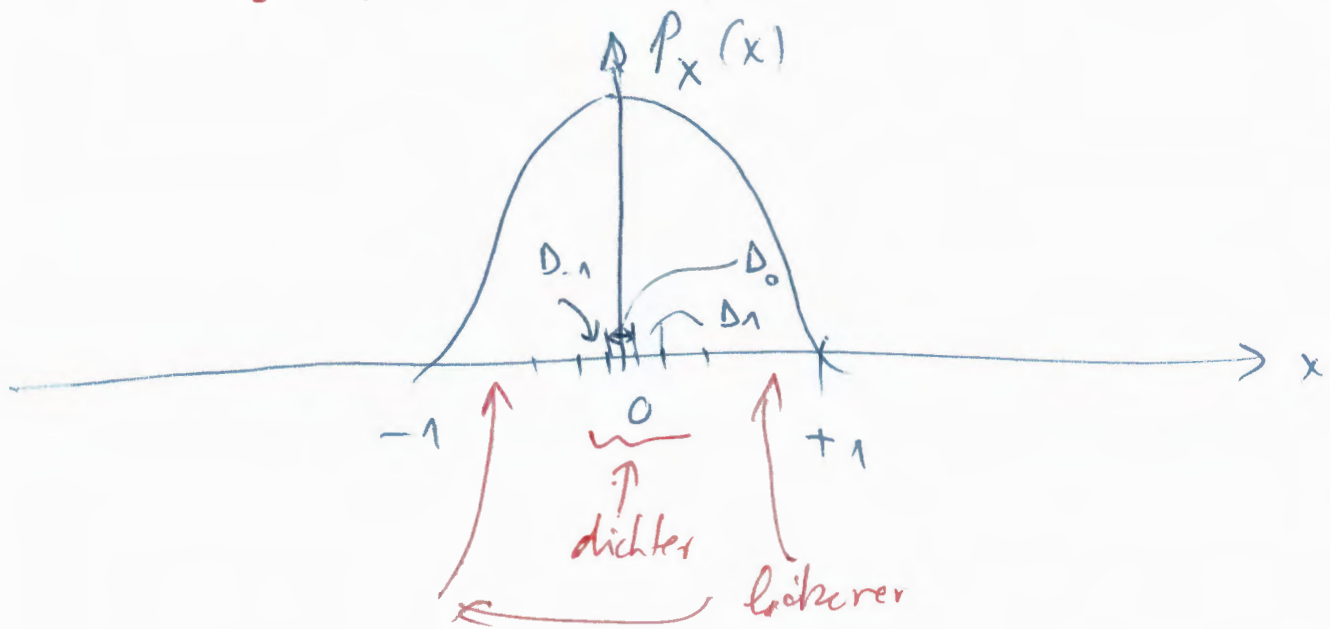
1) Die Wahrscheinlichkeit der unterschiedlichen Abtastwerte ist unterschiedlich

2-) Der Quantisierungsfehler jedes einzelnen Abtastwerts ist gleich  $\frac{\Delta^2}{12}$  (z.B.  $\Delta$ )

$$\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} x^2 dx = \frac{\Delta^3}{12}$$

Da der mittlere Quantisierungsfehler  $\sum_{i=-\frac{q}{2}}^{+\frac{q}{2}} P_i \delta_i = \delta$

dieser Fehler kann minimiert werden, wenn wir nicht gleichmäßig quantisieren, so daß  $\Delta_i$  ist kleiner je  $P_i$  ist größer. Dies bedeutet, dichtere Quantisierungstufen wenn  $P_i$  hoch ist (d.h. in der Umgebung von  $x=0$ ) und umgekehrt

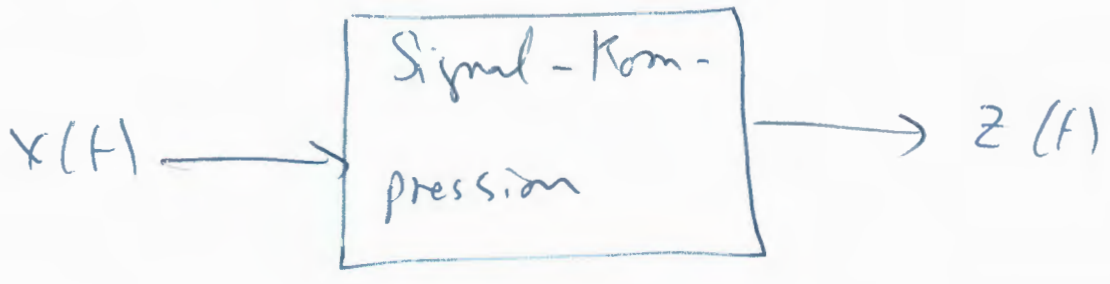


$\Delta_{-m} = \Delta_m$  (wegen der Symmetrie) ;  $\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2 \dots$

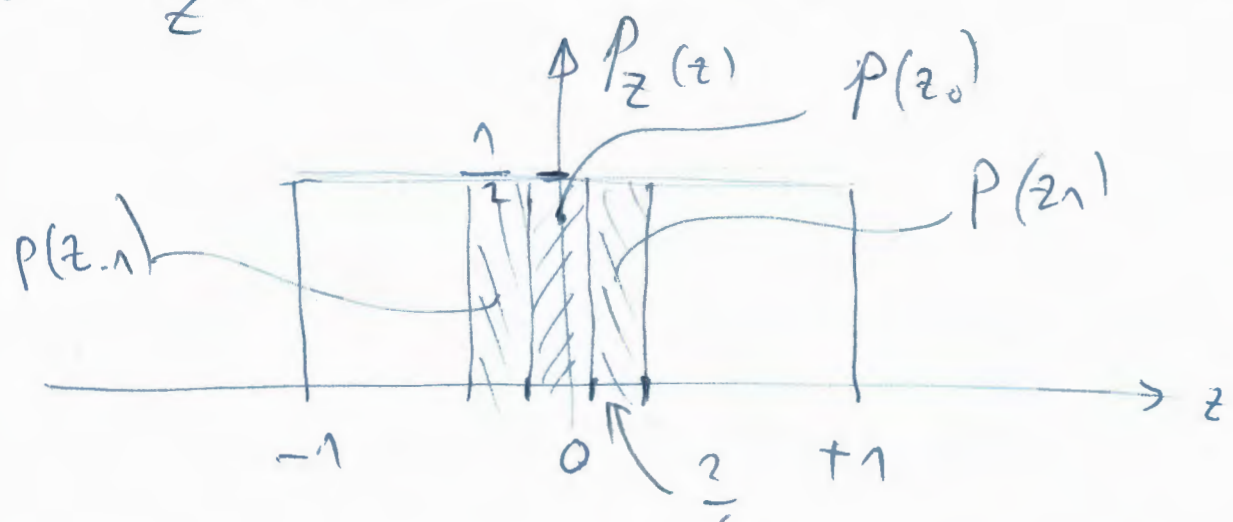
Wichtig ist  $\sum_{i=1}^{\frac{q}{2}} \Delta_i = 1$

Dies kann man automatisch erreichen durch die

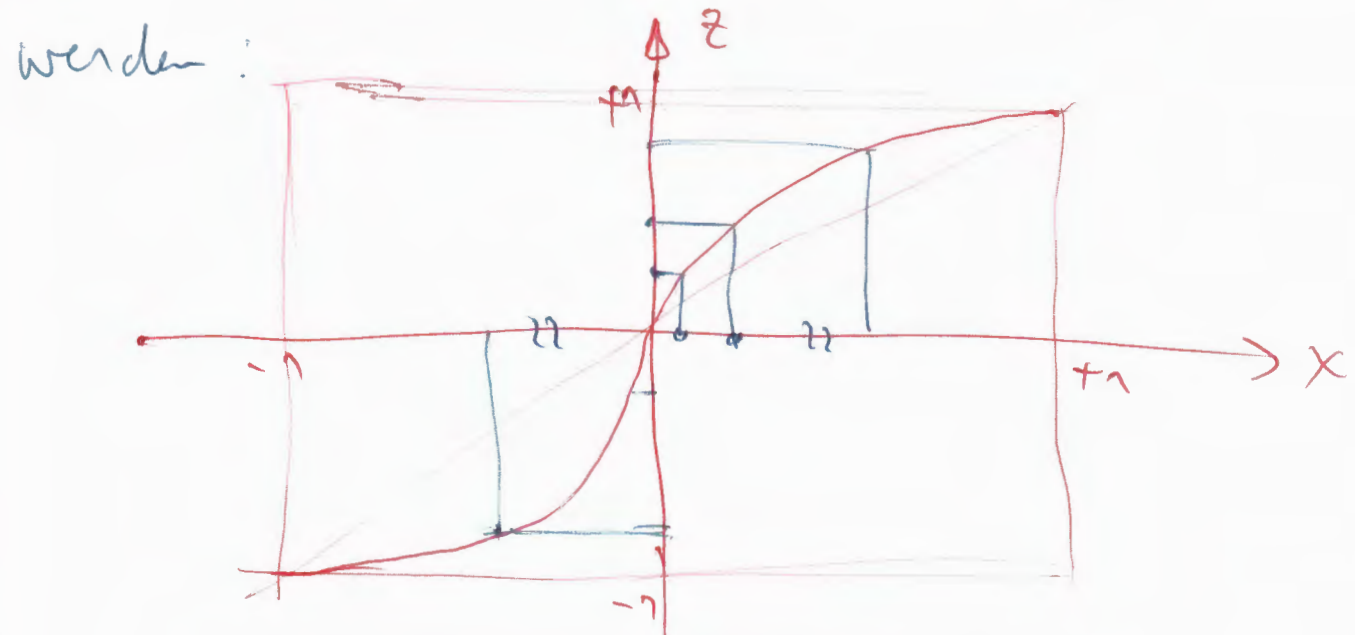
# Sogenannte Signalkompression:



Ziel:  $P_z(z) = \text{konstant} = \frac{1}{2}$



Das Signal z kann man gleichmäßig quantisiert werden:



x-Bereich mit hoher Wahrscheinlichkeit werden ausgedehnt. x-Bereiche mit niedriger Wahrscheinlichkeit werden

komprimiert

Signalkompression und Datenkompression sind äquivalent

Die Quelle  $X = \{x_{-\frac{q-1}{2}}, \dots, x_{-1}, x_0, x_1, \dots, x_{\frac{q-1}{2}}\}$   
ist statistisch nicht gleichmäßig verteilt.  $\Rightarrow H(X) < H_{max}$

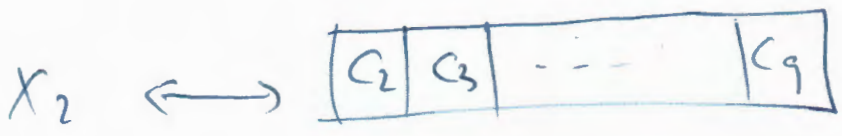
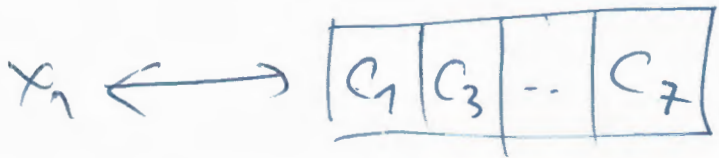
Die Quelle  $Z = \{z_{-\frac{q-1}{2}}, \dots, z_{-1}, z_0, z_1, \dots, z_{\frac{q-1}{2}}\}$   
ist statistisch gleichmäßig verteilt  $\Rightarrow H(Z) > H(X)$

Für eine vorgegebene Abtastrate  $f_s$  ist die Bitrate für  $X$   $r = \nu f_s$ , wobei  $q = 2^\nu$  und jeder Abtastwert durch  $\nu$  Bits (~~keine Qualität~~) codiert wird.

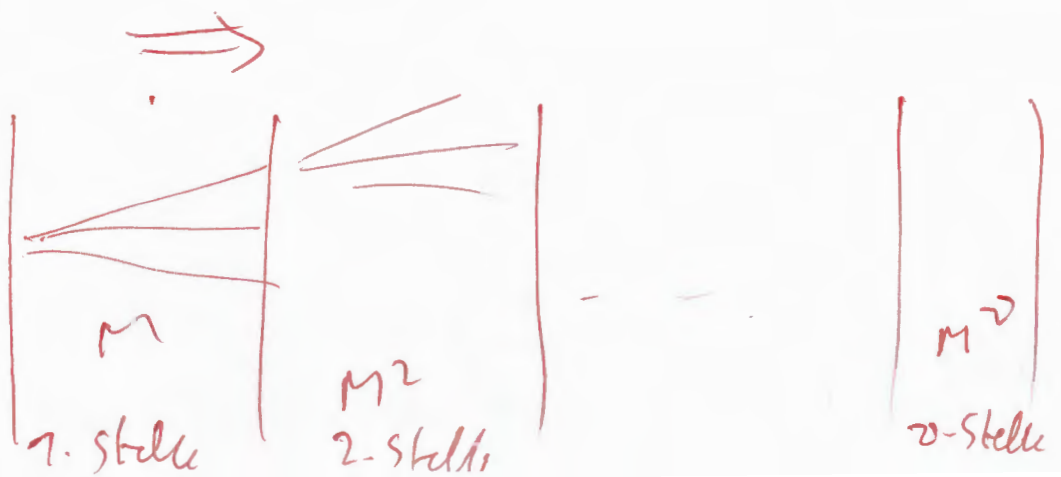
Mit der Reduzierung des Quantisierungsraums bei der Quelle  $Z$ , ist es möglich eine niedrigere Zahl der Quantisierungstufen  $q' = 2^{\nu'}$ , die zum ursprünglichen Quantisierungsraums führt. Die entsprechende Datenrate  $r' = \nu' f_s < r$ . Dies bedeutet Datenkompression.

# 4.1.4: Der M-ärer Codierer

Ein Codierer bildet die unterschiedlichen Abtastwerte  
 $\{x_1, x_2, \dots, x_q\}$  auf Sequenzen der Symbole  
 $\{c_1, c_2, \dots, c_M\}$  ab.



Es gibt zwei Möglichkeiten für die Abbildung:  
 1.) Die Länge der Codewörter ist konstant  $= v$



-6-

im diesen Fall gilt  $q \leq M^2$  (Beispiel ASCII)

2- Unterschiedliche Code Längen für unterschiedliche Abtastwerte

$x_1 \longleftrightarrow$  Code Länge  $v_1$   
 $x_2 \longleftrightarrow$  "  $v_2$   
"  
 $x_q \longleftrightarrow$  "  $v_q$

Im diesen Fall wird eine mittlere Code Länge  $\bar{v}$  definiert.

Was ist der Vorteil der zweiten Möglichkeit.  
Zeit. Wir beantworten die Frage anhand eines

Beispiels.

Beispiel: 4 Abtastwerte A, B, C, D mit  
 $P(A) = \frac{1}{2}$   $P(B) = \frac{1}{4}$   $P(C) = \frac{1}{8}$   $P(D) = \frac{1}{8}$

Eine typische Sequenz besteht dann aus 4 A's,  
2 B's einem C und einem D

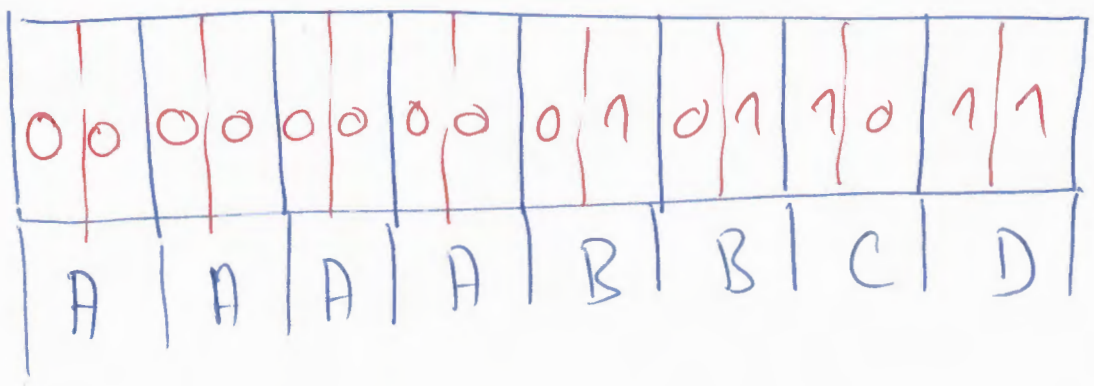
AAAABBCD

1-) Binäre Codierung mit konstanter Codelänge

M=2, q=4 => v=2 (2^2=4)

A <-> 00, B <-> 01, C <-> 10, D <-> 11

Die o.g. typische Sequenz wird dann auf



Die Codesequenz besteht aus 16 Bits, davon sind 11 "0" und 5 "1"

=> P(0) = 11/16 > 1/2, P(1) = 5/16 < 1/2

2-) Binäre Codierung mit unterschiedlichen Codelänge

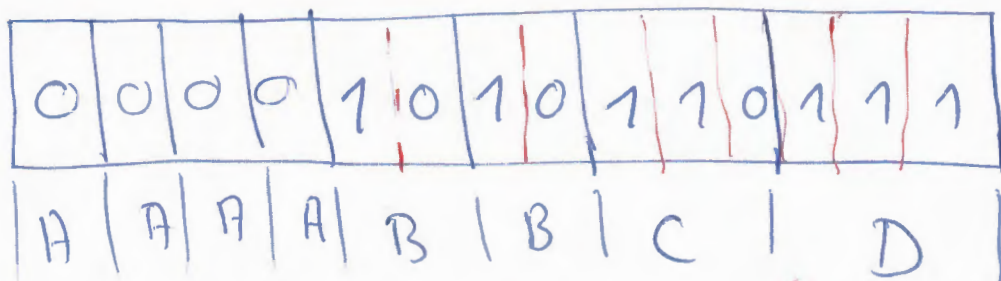
A ↔ 0       $v_A = 1$

B ↔ 10       $v_B = 2$

C ↔ 110       $v_C = 3$

D ↔ 111       $v_D = 3$

Die typische Sequenz bildet sich auf:



ab

Die Codesequenz besteht aus 14 Bits. Die

Durchschnittliche Codelänge  $\bar{v} = \frac{14}{8} = 1,75 < 2$

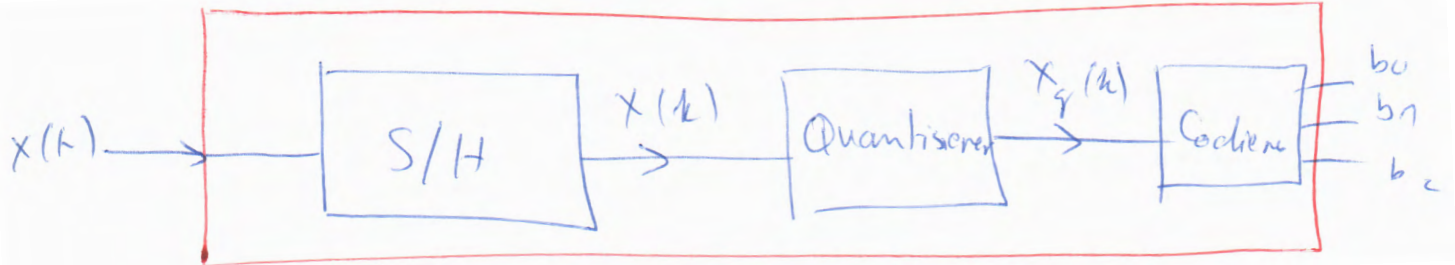
Es gibt genau 7 "0" und 7 "1" ⇒

$P(0) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$  ,  $P(1) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$



4.1.5: Realisierung eines 3-Bit A/D Wandlers

---



A/D-Wandler

