Vorlesung am 13.04.06

2.V

KT-II
SS-06

3.2: Das S/H-Abtasten und die PAM (Fort.)

Die Realisierung $x_{PAM}(t) = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mT_s)\, p(t-mT_s)$

ist im Grunde genommen eine bipolare Realisierung, da positive und negative Pulse vorkommen können.

Bipolar: $x_{PAM}(t) = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mT_s)\, p(t-mT_s)$

$0 \leq \mu < 1$

Unipolar: $x_{PAM}(t) = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} [1+\mu\, x(mT_s)]\, p(t-mT_s)$

$|x(t)| \leq 1$

Die unipolare Realisierung erzeugt Pulse gleicher Polarität (positive oder negative).

- Transmissionsleistung der PAM

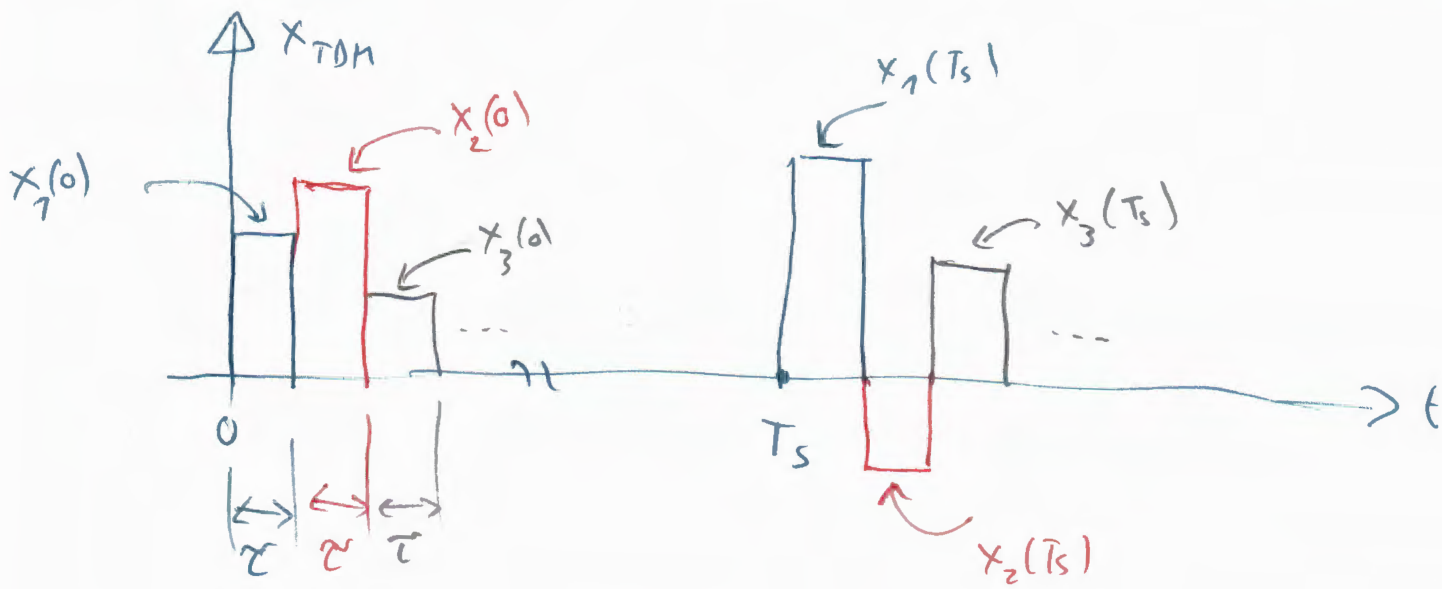
Für die bipolare Realisierung gilt:

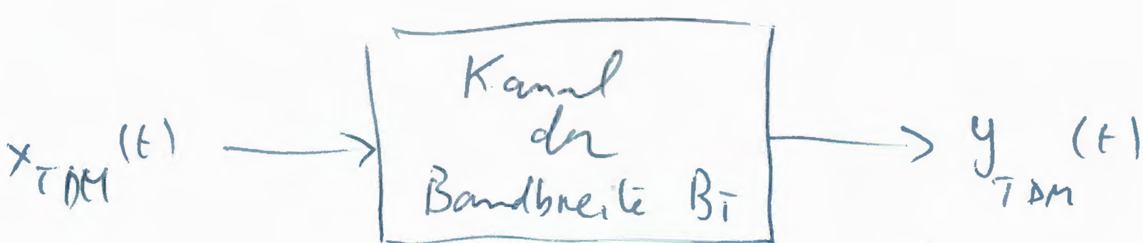
$P_T = A^2 \frac{\tau}{T_s} S_x$, wobei $S_x = \langle x^2 \rangle \leq 1$. Ein

konservatives Maß ist $P_T = A^2 \frac{\tau}{T_s}$. Wichtig: A^2 stellt in der Tat die Signalleistung dar, die mit dem Rauschen zu vergleichen ist. $\Longrightarrow$ $S = A^2 = \frac{T_s}{\tau} \cdot P_T$

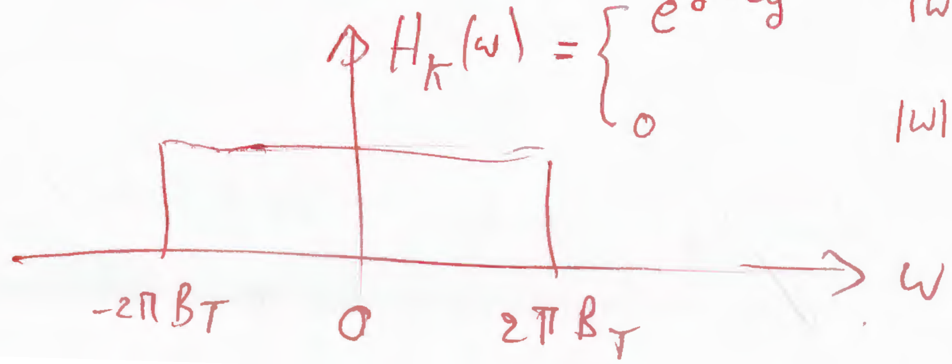
– Transmissionsbandbreite der PAM

Wie es später gezeigt wird, wird die PAM zusammen mit TDM verwendet, wobei die benachbarten Pulse unterschiedlicher Signale gehören:





$$H_K(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_g} & |\omega| \leq 2\pi B_T \\ 0 & |\omega| > 2\pi B_T \end{cases}$$



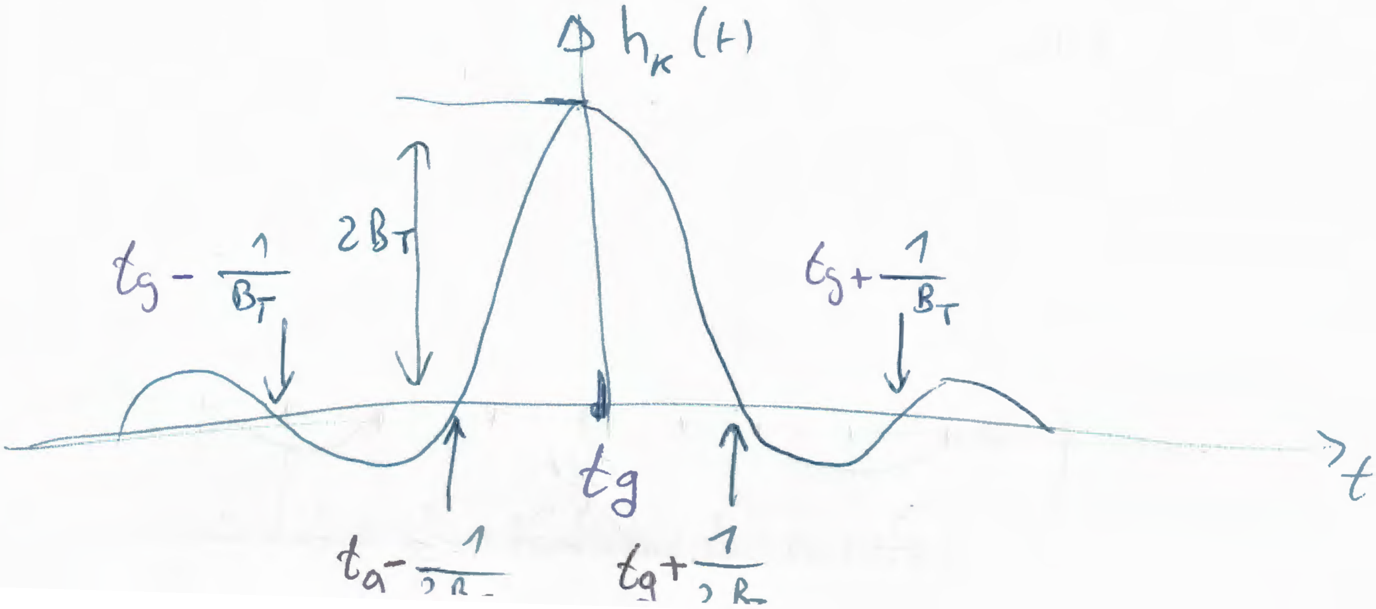
Wichtig bei der Trennung der Signale $x_1, x_2, \dots x_M$ an der Empfängerseite ist zu gewährleisten, daß die "Inter-Symbol-Interference" ISI minimiert wird.

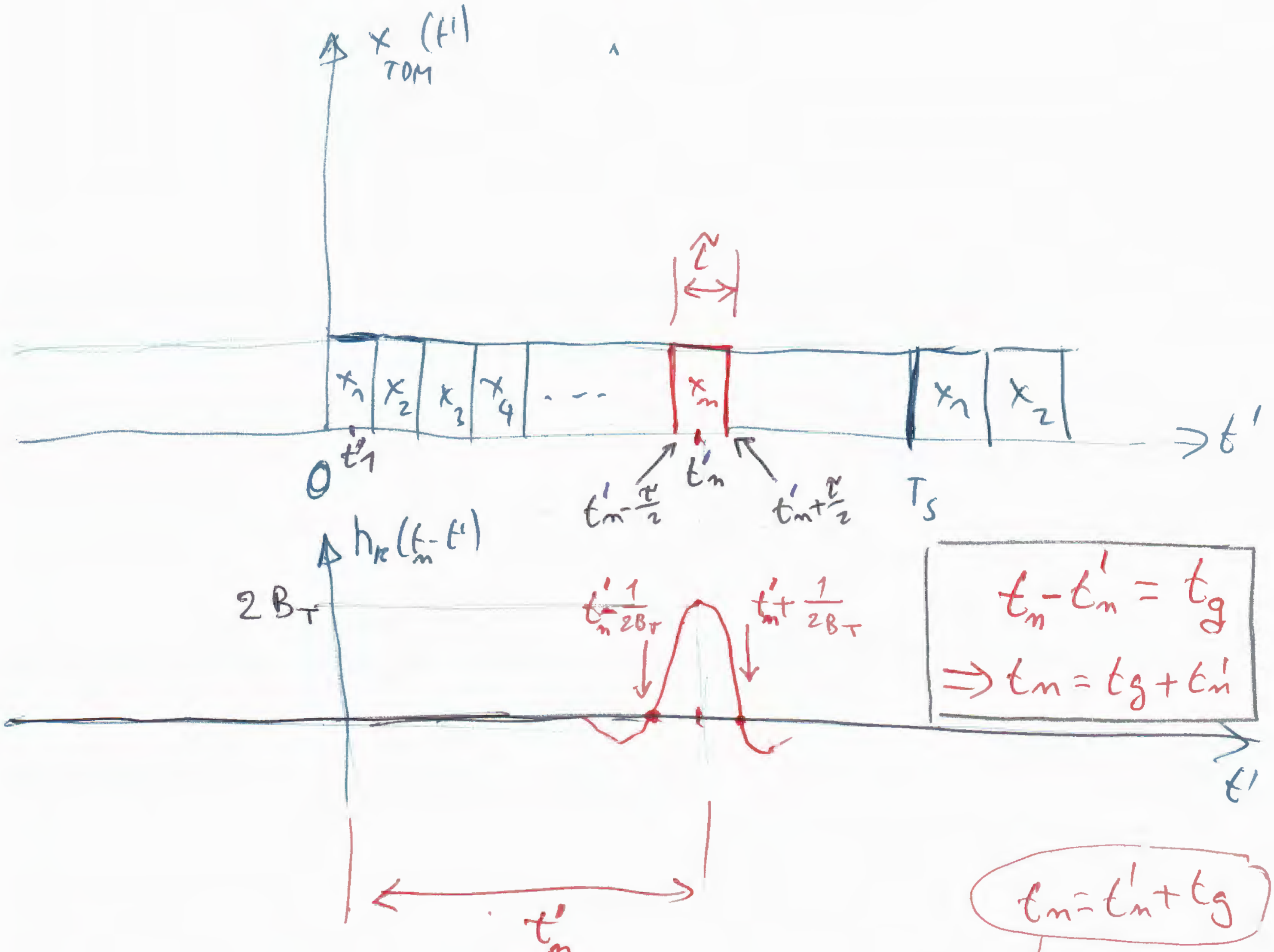
Um dieses Problem vorzustellen, versuchen wir $y_{TDM}(t)$ darzustellen: $y_{TDM}(t) = h_K(t) * x_{TDM}(t)$

$$y_{TDM}(t) = \int_{-\infty}^{t} x_{TDM}(t')\, h_K(t-t')\, dt'$$

wobei
$$h_K(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi B_T}^{+2\pi B_T} e^{j\omega(t-t_g)}\, d\omega$$

$$= 2B_T \frac{\sin(2\pi B_T(t-t_g))}{(2\pi B_T(t-t_g))}$$ (Beweis!)

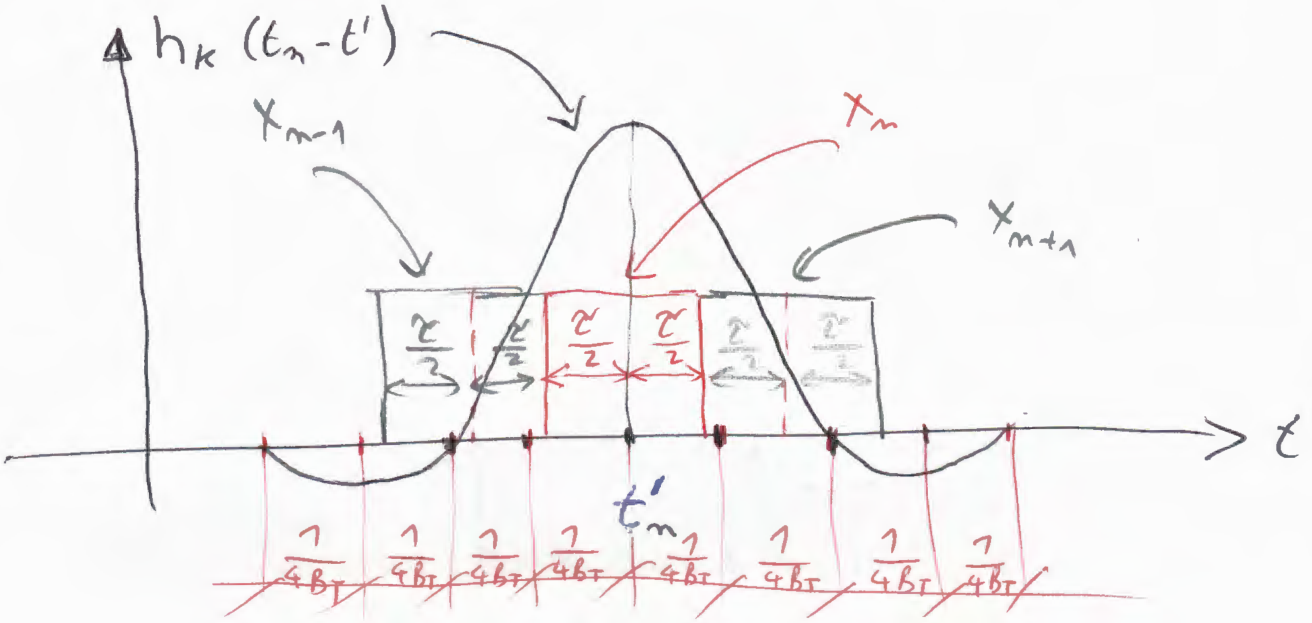




$$\boxed{t_n - t'_n = t_g \Rightarrow t_n = t_g + t'_n}$$

$t_n = t'_n + t_g$

Um den Beitrag von x_n zu $y_{TDM}(t)$ bei t_n zu maximieren, müssen wir t_n so wählen, daß $h_k(t_n - t')$ genau unter dem n-ten Puls liegt, d.h., $t' = t'_n$.



Nun $y_{TDM}(t_m) = \int_{-\infty}^{t_m} x_{TDM}(t') \, h_K(t_m - t') \, dt'$

$$= \int_{-\infty}^{t_g + t_m'} x_{TDM}(t') \, h_K\left[t_g - (t' - t_m')\right] dt'$$

$$= 2 B_T \int_{-\infty}^{t_g + t_m'} x_{TDM}(t') \, \frac{\sin\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]}{\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]} \, dt'$$

Da $t_g \gg$ (wegen der Kausalität) $\Longrightarrow$

$$y_{TDM}(t_m) \simeq 2 B_T \int_{-\infty}^{\infty} x_{TDM}(t') \, \frac{\sin\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]}{\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]} \, dt'$$

Der Beitrag von x_m zu $y_{TDM}(t_m)$ ist:

$$y_m = 2 B_T \int_{t_m' - \frac{\tau}{2}}^{t_m' + \frac{\tau}{2}} \frac{\sin\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]}{\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]} \, dt'$$

Der Beitrag der anderen Symbolen x_m; $m \neq n$ ist

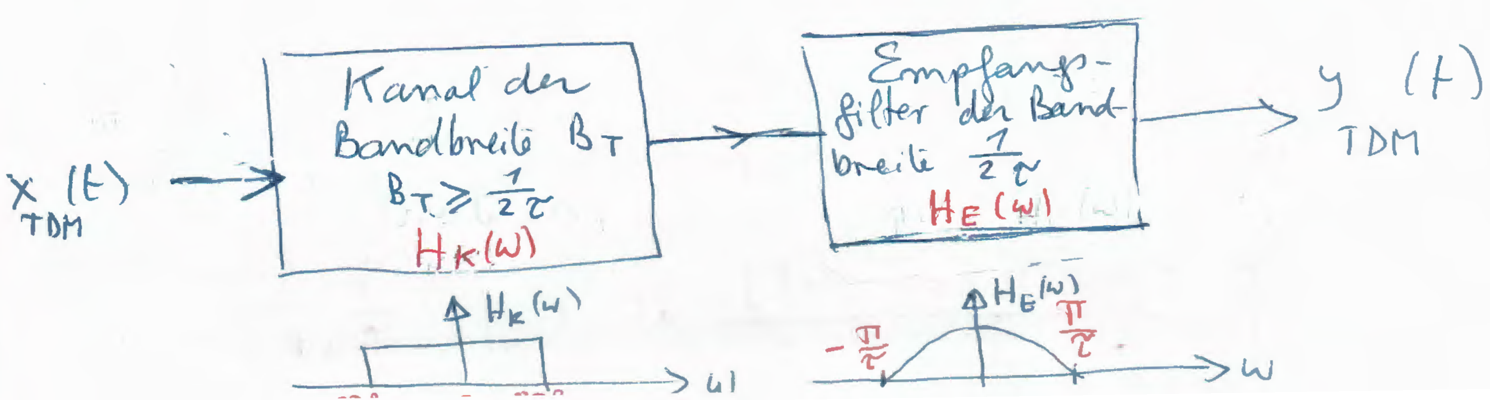
$$y_{ISI} = 2 B_T \left[\int_{-\infty}^{t_m' - \frac{\tau}{2}} \frac{\sin\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]}{\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]} \, dt' + \int_{t_m' + \frac{\tau}{2}}^{\infty} \frac{\sin\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]}{\left[2\pi B_T (t' - t_m')\right]} \, dt' \right]$$

$$y_m = 2B_T \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} \frac{\sin[2\pi B_T t]}{[2\pi B_T t]}\,dt = 4B_T \int_{0}^{\frac{\tau}{2}} \frac{\sin[2\pi B_T t]}{[2\pi B_T t]}\,dt$$

$$y_{ISI} = 2B_T \left[\int_{-\infty}^{-\frac{\tau}{2}} \frac{\sin[2\pi B_T t]}{[2\pi B_T t]}\,dt + \int_{\frac{\tau}{2}}^{\infty} \frac{\sin[2\pi B_T t]}{[2\pi B_T t]}\,dt \right]$$

$$= 4B_T \int_{\frac{\tau}{2}}^{\infty} \frac{\sin[2\pi B_T t]}{[2\pi B_T t]}\,dt$$

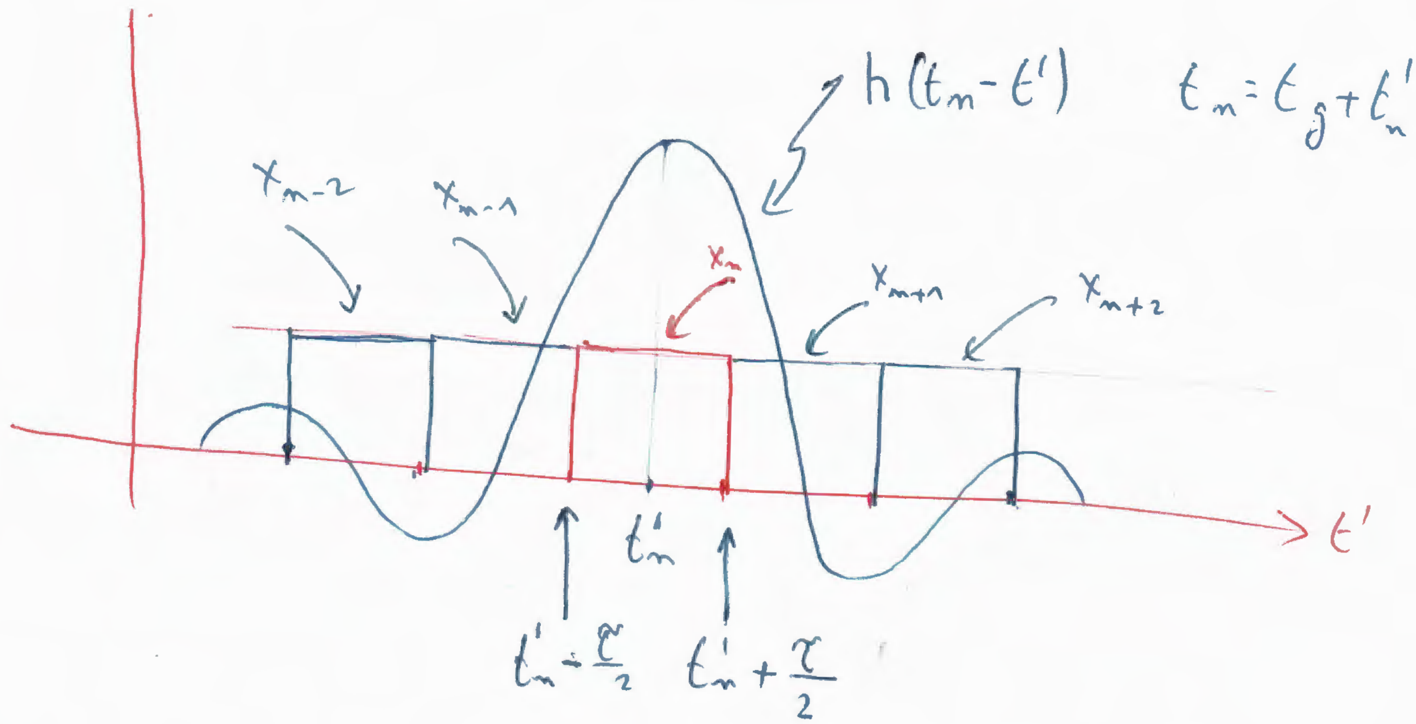
Für $\frac{\tau}{2} \geq \frac{1}{4B_T}$ (d.h., $\tau \geq \frac{1}{2B_T}$ oder $B_T \geq \frac{1}{2\tau}$) ist die ISI akzeptable. Für $\tau = \frac{1}{2B_T}$ oder $B_T = \frac{1}{2\tau}$ kann man ein Empfangsfilter entwerfen, das dazu führt, daß $ISI = 0$



Definiert man $H(\omega) = H_K(\omega) \cdot H_E(\omega) \Longrightarrow$

$$h(t) = h_K(t) * h_E(t) \, ,$$

So erhält man $y_{TDM}(t) = h(t) * x_{TDM}(t)$



Bis auf den n-ten Puls (x_m), entsprechen alle andern Pulse ... x_{n-2}, x_{n-1}, x_{n+1}, x_{n+2}, ... sowohl einem positiven Teil von $h(t_n - t')$ als auch einem negativen Teil, daß die entsprechende Integration verschwindet

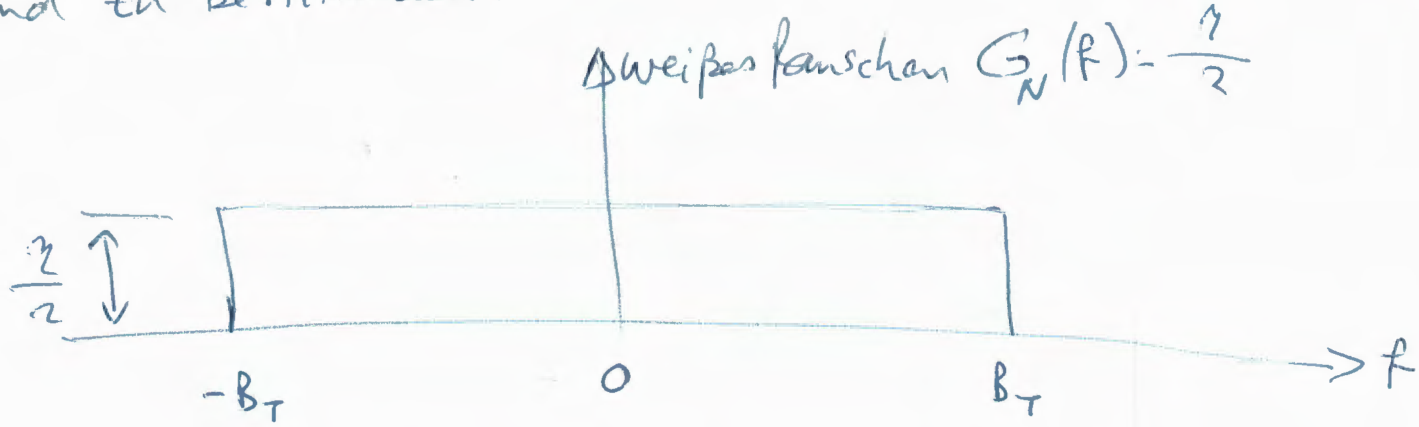
Dies garantiert das Verschwinden der ISI

– Rauschverhalten der PAM

Wie bereits gezeigt wurde, ist die Signalleistung S nach

$$S = A^2 = \frac{T_s}{\tau} \cdot P_T$$

gegeben. Die gesamte Rauschleistung N ist wie nachstehend zu bestimmen:



$N = 2B_T \cdot \frac{\eta}{2} = \eta B_T$. Für $\tau = \frac{1}{2B_T}$ haben wir

$$N = \frac{\eta}{2\tau}$$

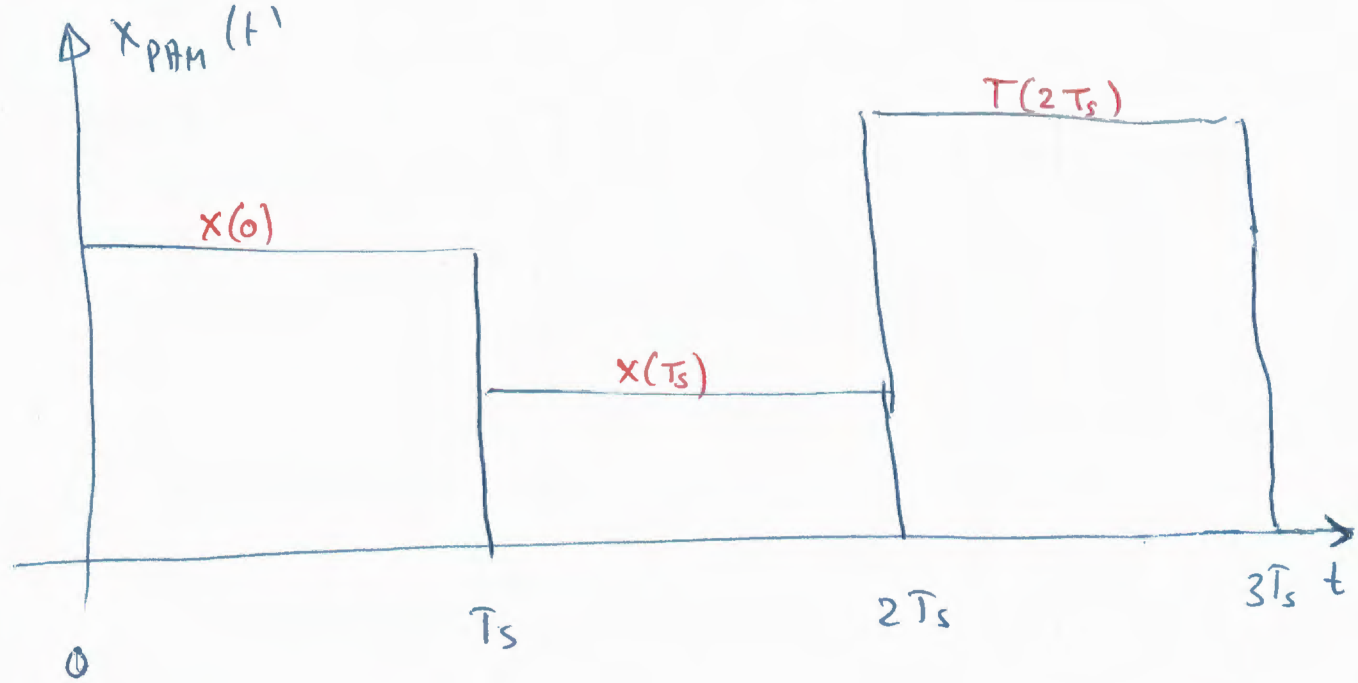
$$\Longrightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{PAM} = \frac{\frac{T_s P_T}{\tau}}{\frac{\eta}{2\tau}} = 2P_T \frac{T_s}{\eta}$$

(unabhängig von τ). Deshalb ist der optimale Wert von $\tau = \tau_{max} = T_s$, um die Bandbreite zu minimieren. Der Vorteil der PAM ist im Zusammenhang mit dem TDM zu begründen.

3.3: Das "Time-Division-Multiplexing" (TDM)

Wie bereits gezeigt, ist es günstig $\tau = T_s$ zu wählen, falls die Transmissionsbandbreite minimiert werden soll. In dem Fall gilt $B_T = \frac{1}{2\tau} = \frac{1}{2T_s} = \frac{f_s}{2}$

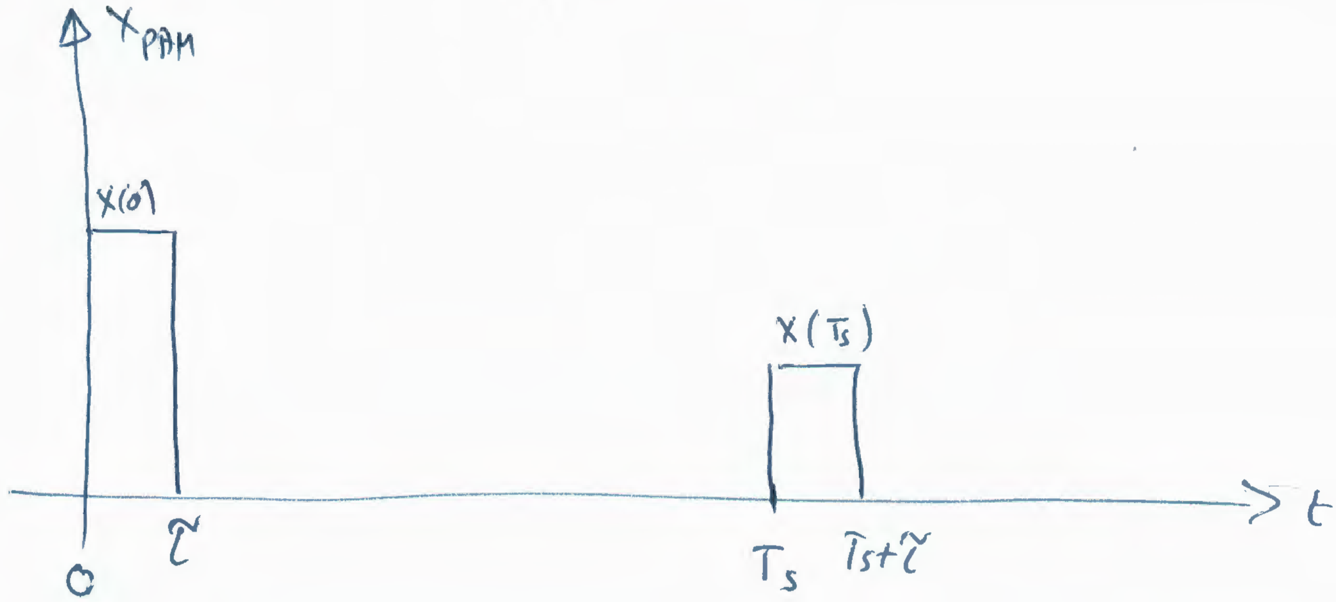
$$= B_{bb}$$



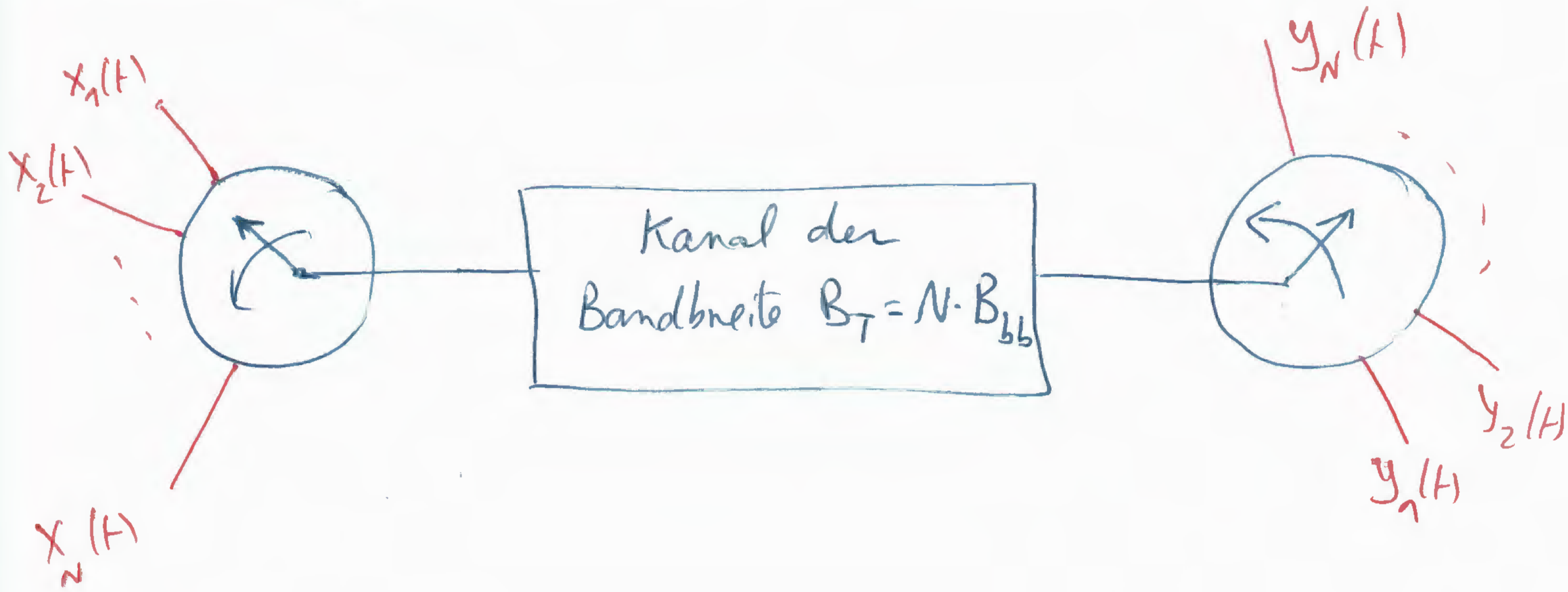
Falls die vorhandene Transmissionsbandbreite B_T viel größer als B_{bb} ist (z.B., $B_T = N \cdot B_{bb}$), hier benötigt eine Pulsdauer von $\tau = \frac{1}{2B_T} = \frac{1}{2NB_{bb}} = \frac{1}{Nf_s}$

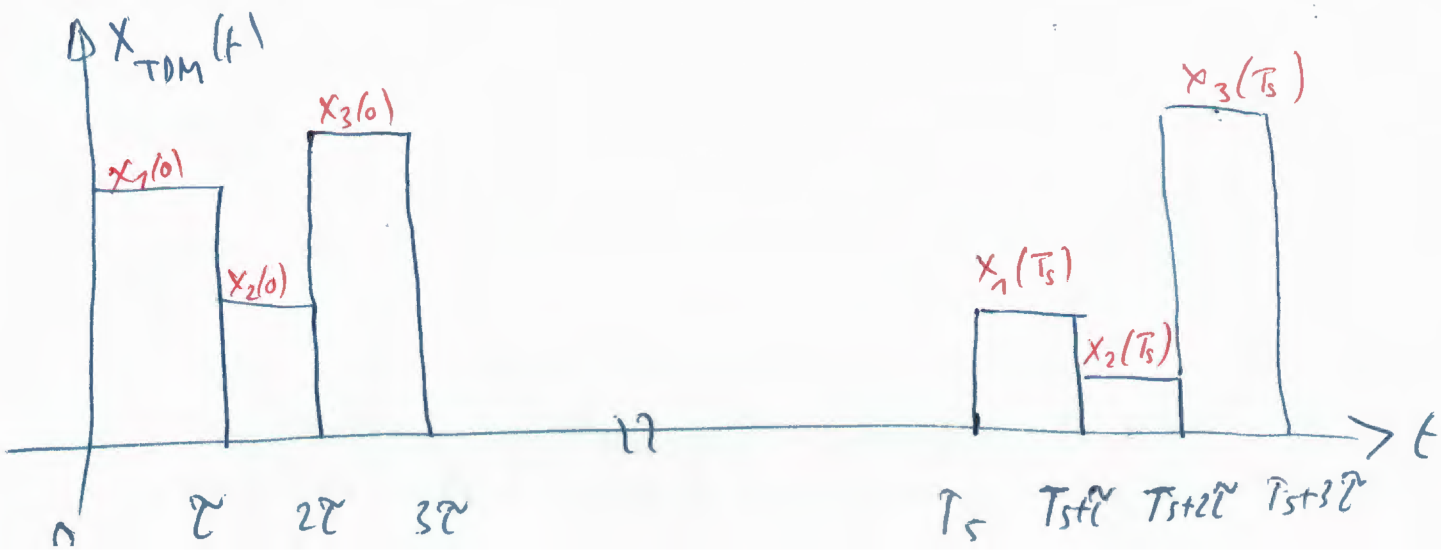
$$= \frac{T_s}{N}$$

die Transmissionsbandbreite von B_T

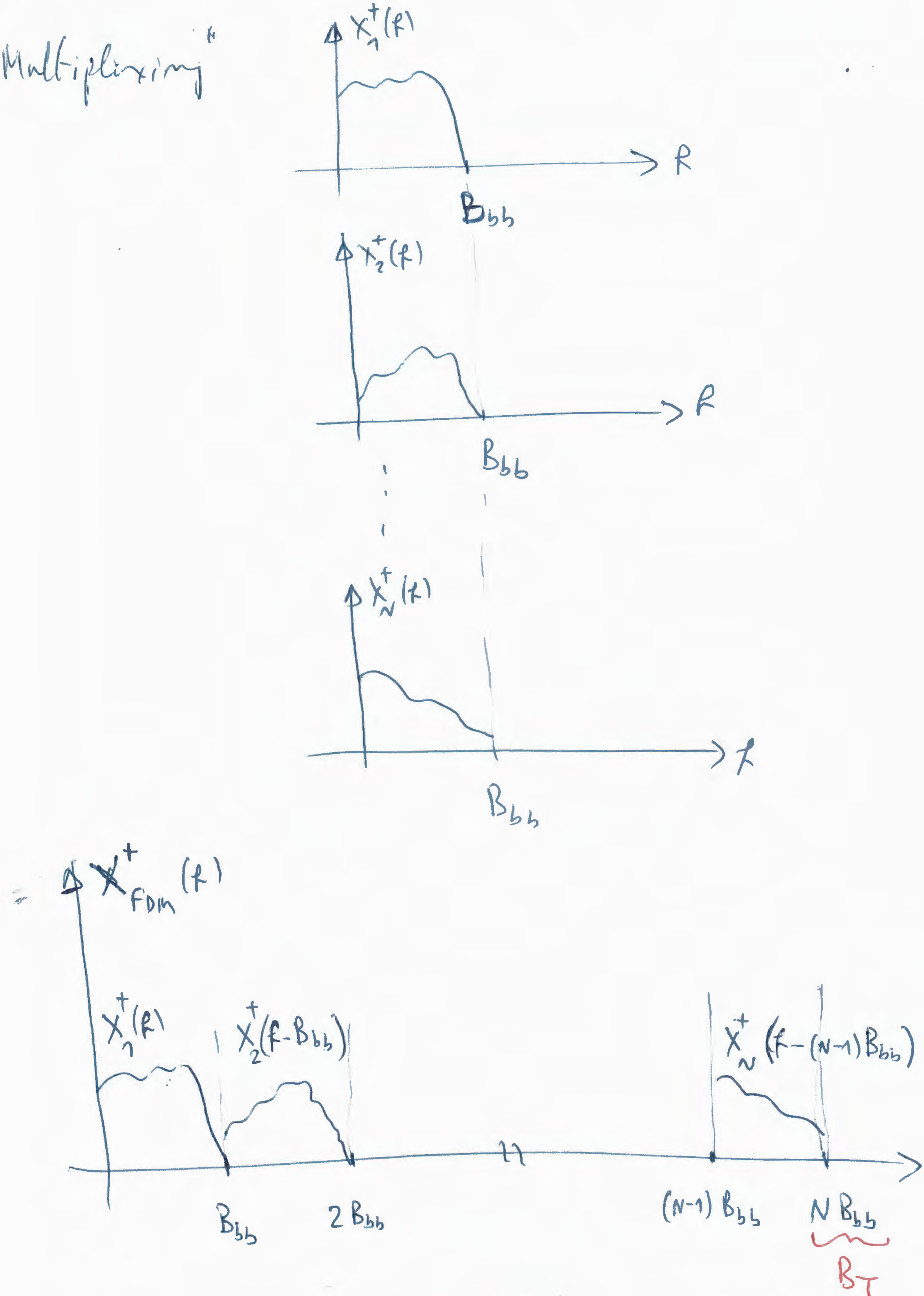


Im der Zeit $\tau < t < T_s$ kann man die Abtastwerte anderer Signale übertragen. Dies nennt sich TDM





TDM ist eine Alternative zu FDM: "Frequency-Division-Multiplexing"



Hier hat man ESB-Modulation verwendet, um die Bandbreite zu minimieren