Vorlesung am 05.04.06

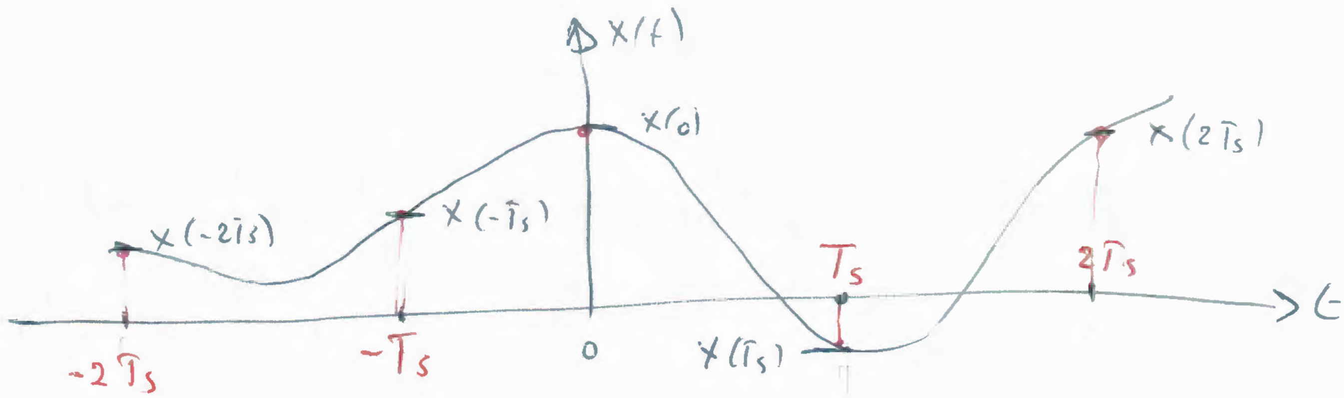
1.V

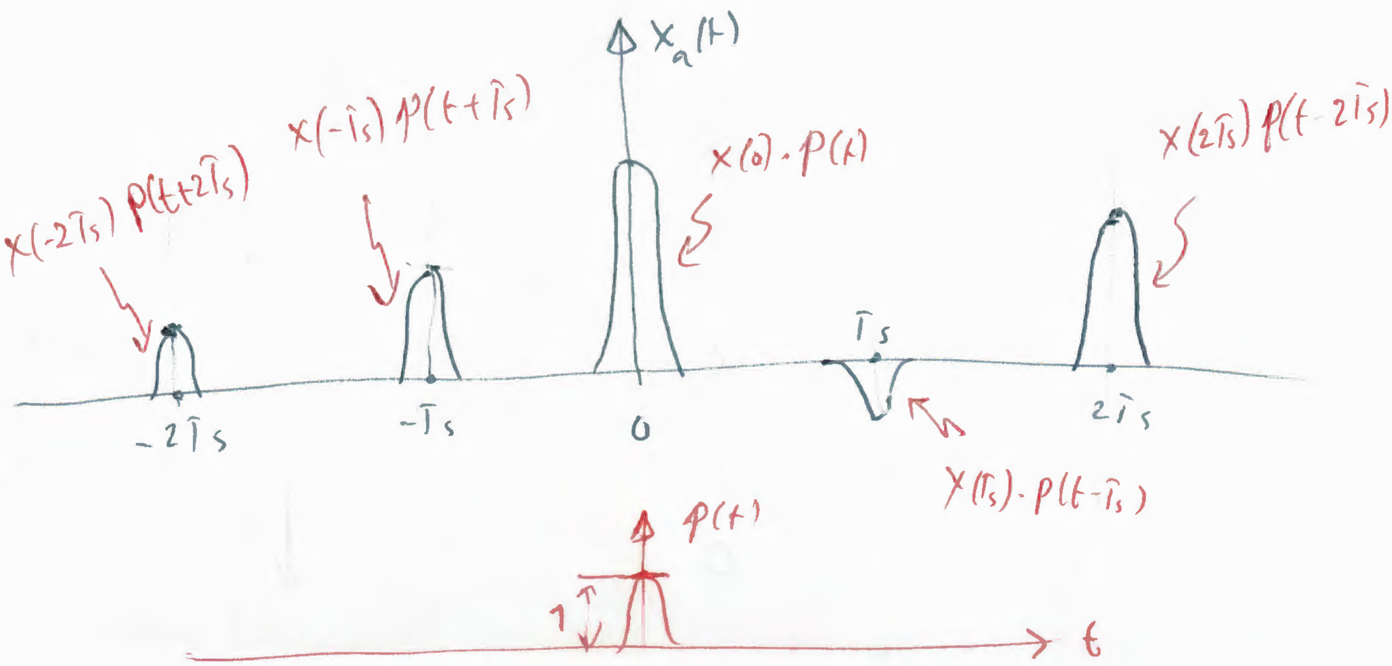
KT-II
SS-06

Kapitel 3: Analoge Pulsmodulation und das "Time-Division-Multiplexing" TDM

3.1: Die Abtasttheorie

Anstelle des Signals $x(t)$, wird ein Signal $x_a(t)$ übertragen, das die Abtastwerte von $x(t)$ enthält.





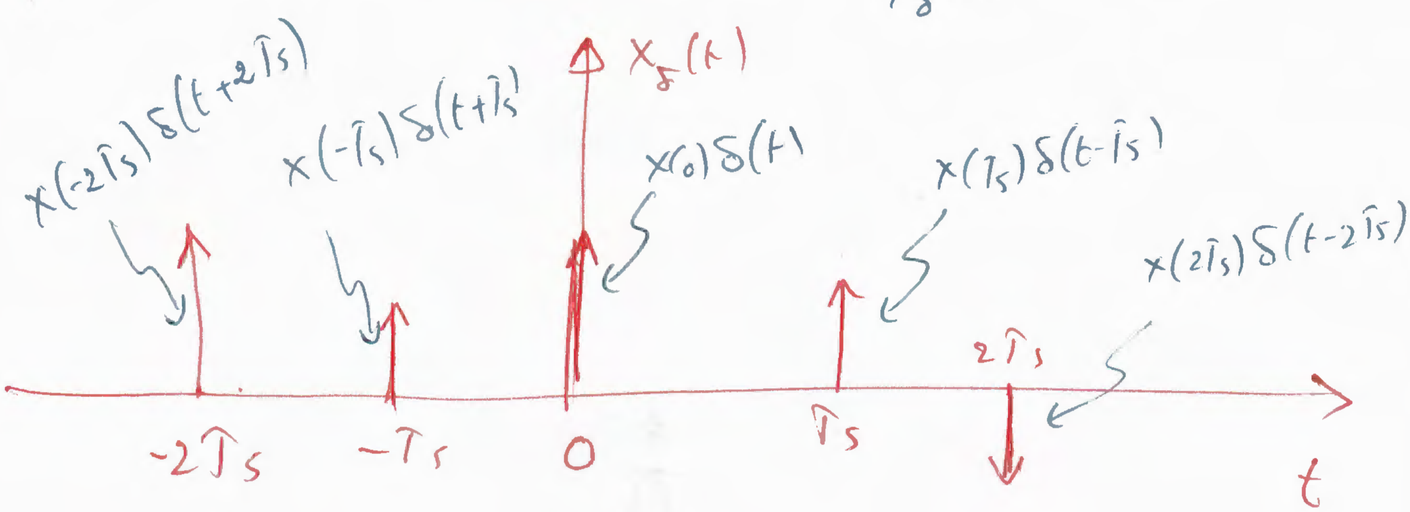
$$x_a(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mT_s) \cdot p(t - mT_s)$$

Vorteil : 1-) Mit kompakten (schmallen) Pulsen, kann mann sehr starke Pulse erzeugen. 2-) Zwischen den Pulsen, kann man andere Signale übertragen

Nun stellt sich die Frage, ob $x_a(t)$ die gleiche Info. enthält wie $x(t)$: Die Antwort ist durch die sogenannte Abtasttheorie zu erhalten.

Da $p(t-mT_s) = p(t) * \delta(t-mT_s)$ Beweis !

$$\Longrightarrow \quad x_a(t) = p(t) * \underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mT_s) \cdot \delta(t-mT_s)}_{x_\delta(t)}$$



$$\Longrightarrow \quad X_a(\omega) = P(\omega) \cdot X_\delta(\omega)$$

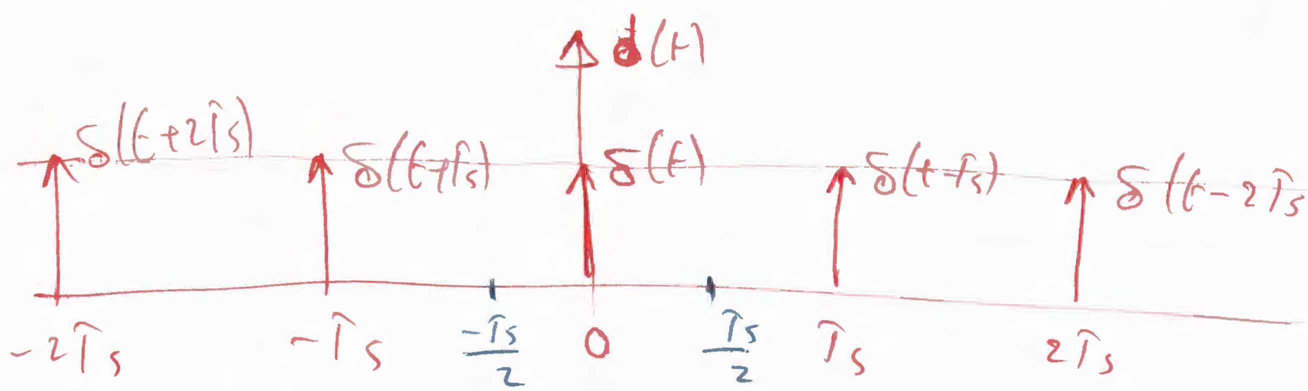
- Berechnung von $X_\delta(\omega)$

$$x_\delta(t) = x(t) \cdot \overbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_s)}^{d(t)}$$

Beweis!

$$d(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT_s)$$ ist eine periodische Funktion.

mit einer Fourier-Reihen-Darstellung $\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_s t}$



$$D_n = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{T_s/2} d(t)\, e^{jn\omega_s t}\, dt \qquad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$

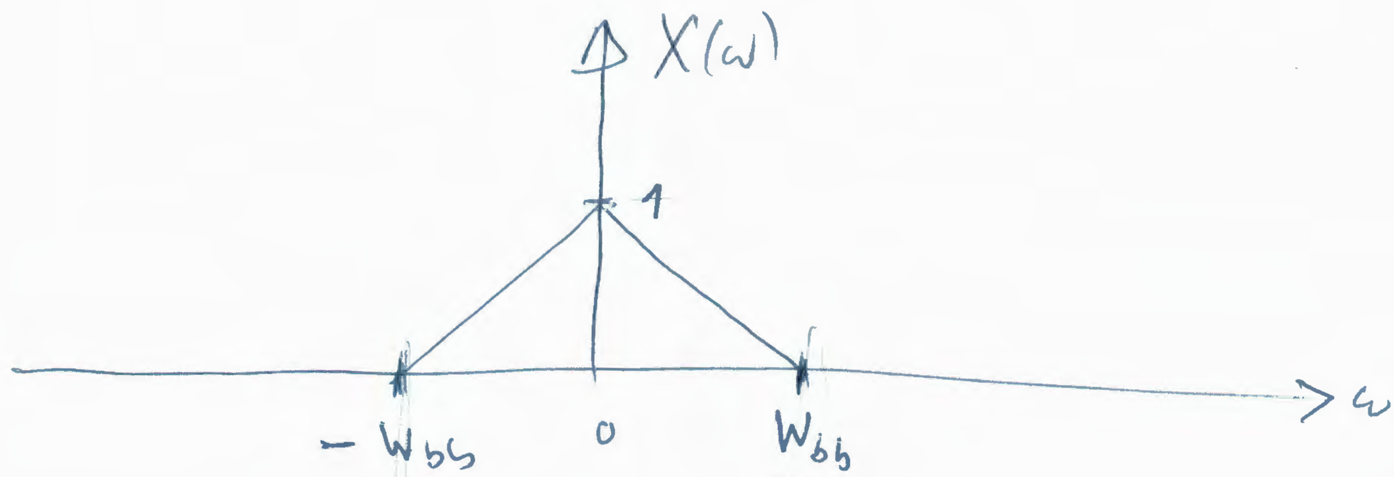
$$= \frac{\omega_s}{2\pi} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{T_s/2} \delta(t)\, e^{jn\omega_s t}\, dt = \frac{\omega_s}{2\pi}$$

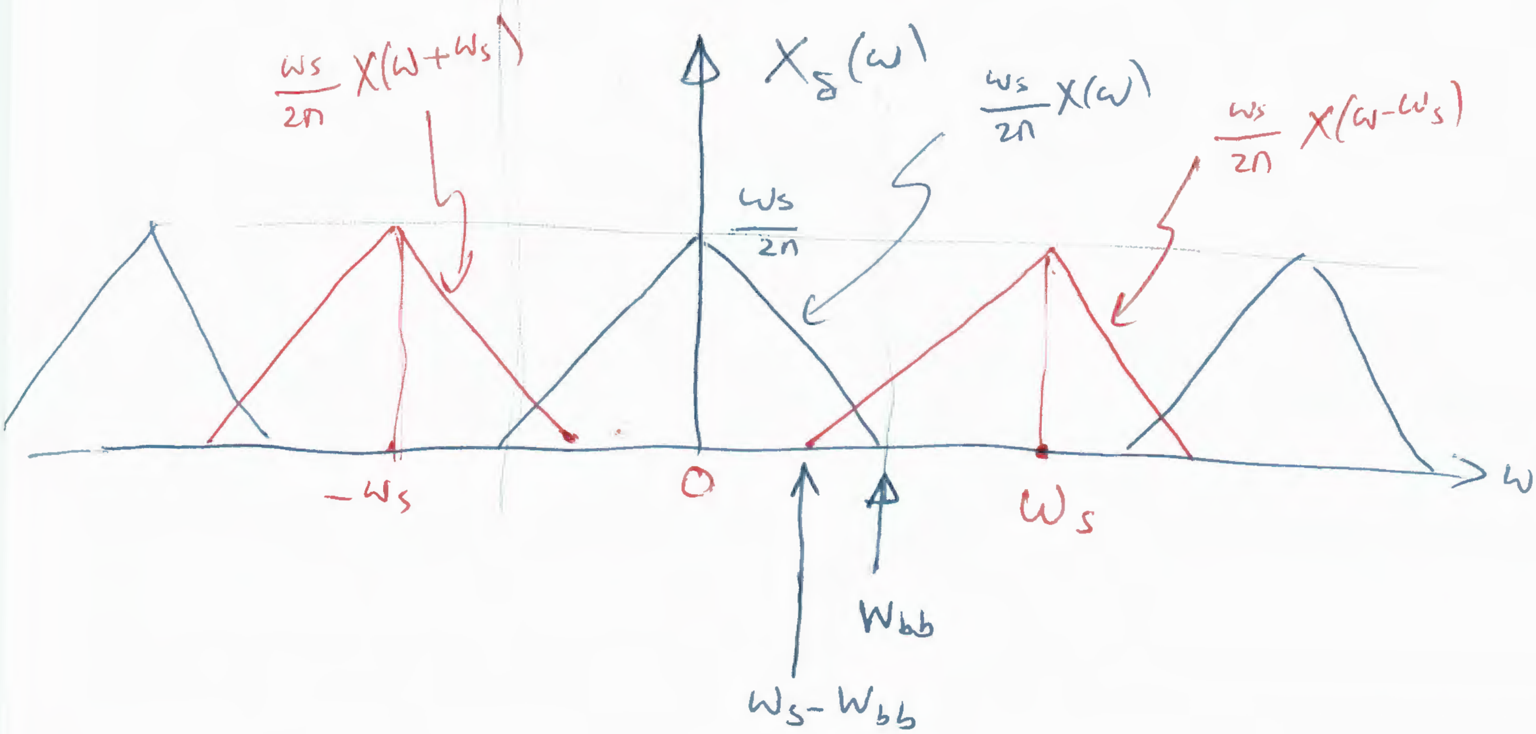
$$\Longrightarrow \quad d(t) = \frac{\omega_s}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} \quad \Longrightarrow$$

$$x_\delta(t) = x(t)\, d(t) = \frac{\omega_s}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{jn\omega_s t}$$

$$\Longrightarrow \quad X_\delta(\omega) = \frac{\omega_s}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)$$

$$X_a(\omega) = \frac{\omega_s}{2\pi} P(\omega) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)$$

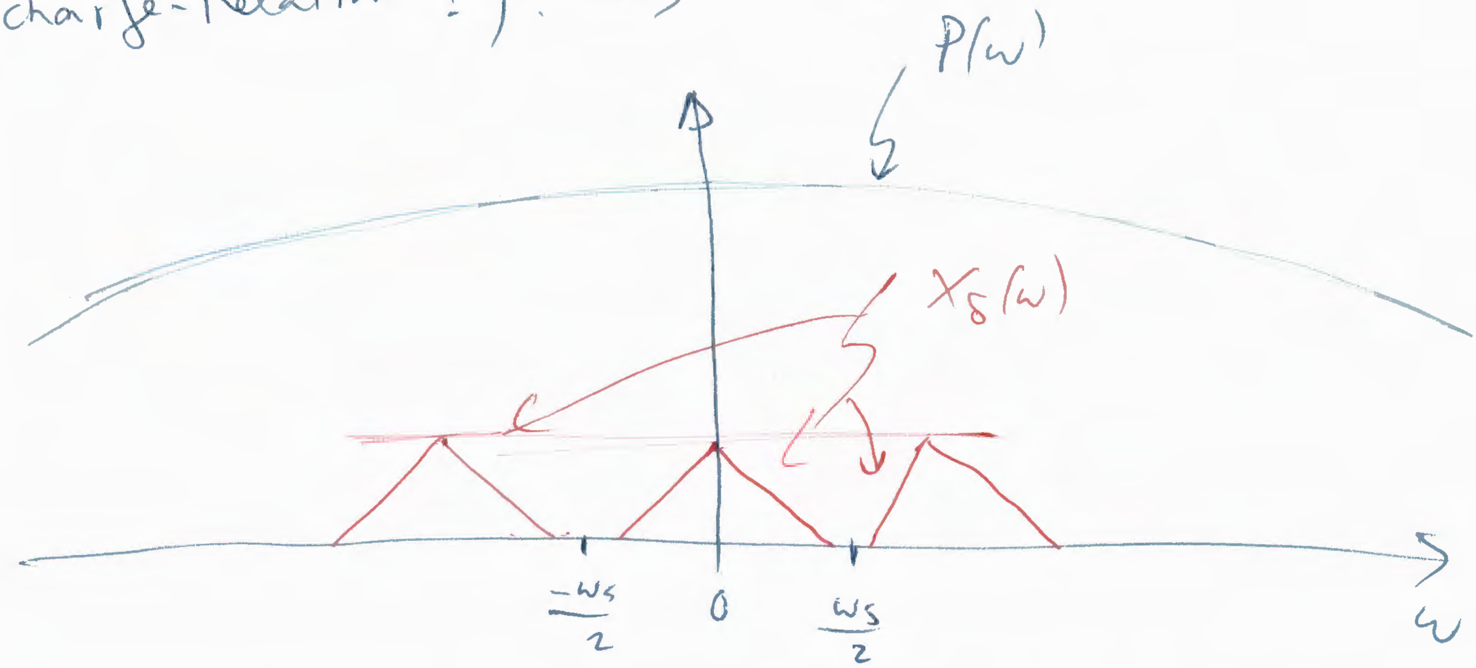




Bedingung für keine Überlappung ist:

$$\omega_s - W_{bb} \geq W_{bb} \Longrightarrow \boxed{\omega_s \geq 2 W_{bb}}$$

Kompakte Pulse $p(t)$ besitzen breite Spektra (Unschärfe-Relation!) $\Longrightarrow$



$$X_a(\omega) = P(\omega)\, X_\delta(\omega) \Longrightarrow X_a(\omega) \simeq P(0)\, X_\delta(\omega)$$

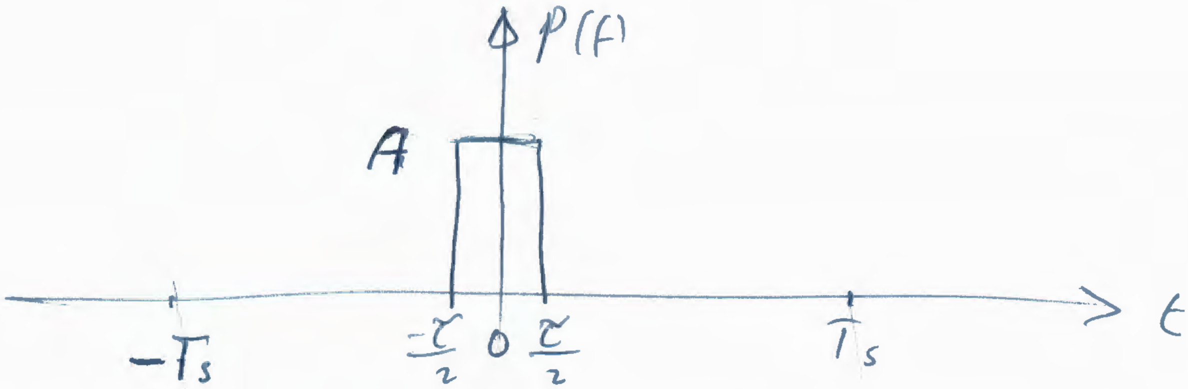
für $|\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}$

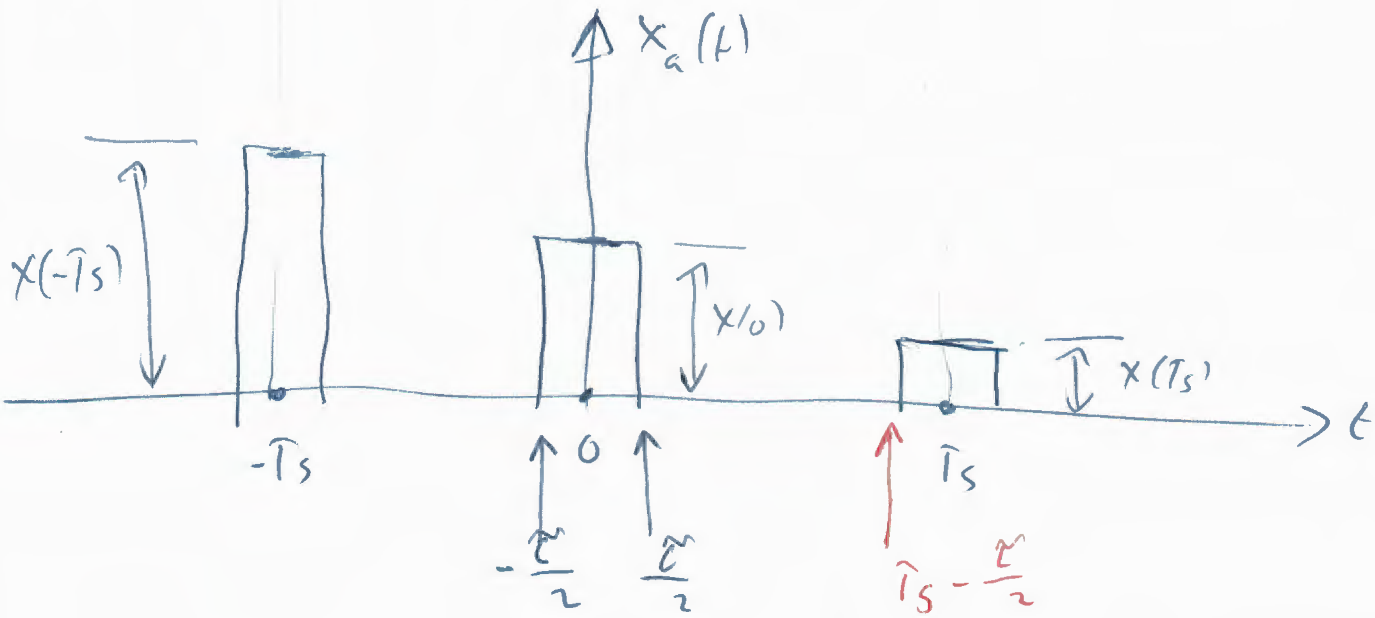
$\frac{P(0)}{T_s}$

$$\Longrightarrow X_a(\omega) \simeq P(0) \frac{\omega_s}{2\pi} X(\omega) \quad \text{für } |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}$$

Mit Hilfe eines TPF's kann man $X(\omega)$ in Abhängigkeit von $X_a(\omega)$ wiederherstellen.

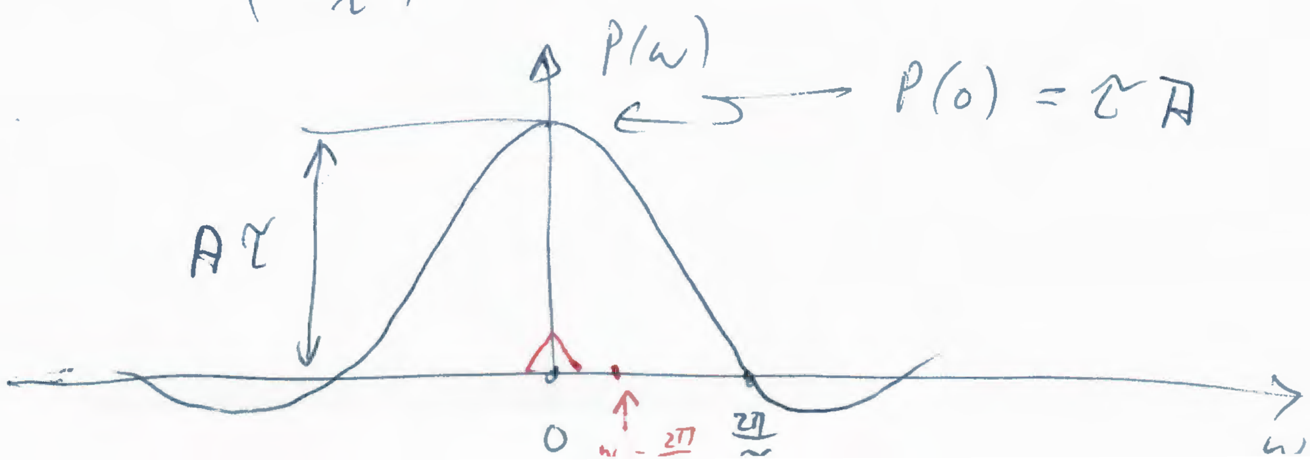
<u>Beispiel</u>: <u>Rechteckige Pulse</u>





$$P(\omega) = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\tau/2} A \cdot e^{-j\omega t}\, dt = A \left. \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \right|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = A\, \frac{-j2 \sin \frac{\omega\tau}{2}}{-j\omega}$$

$$= \tau A \, \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}$$

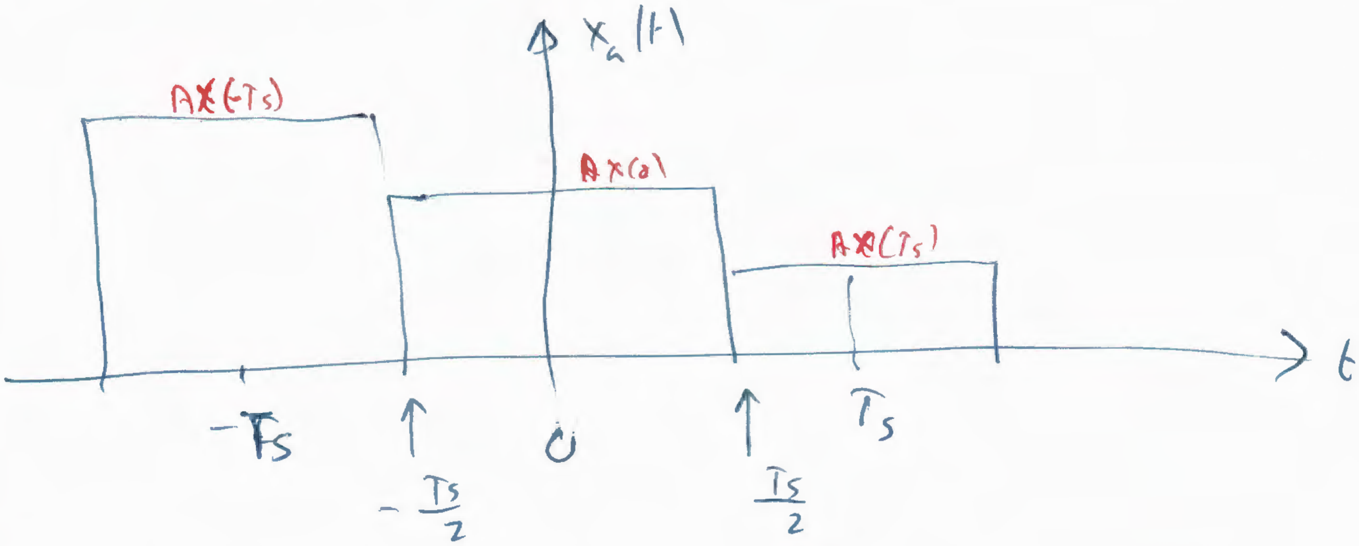


$\Longrightarrow$ Für $|\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}$, $X_a(\omega) \simeq \frac{P(0)}{T_s} X(\omega)$

$$= \frac{\tau A}{T_s} X(\omega)$$

Da $\tau \leq T_s$, stellt $\tau = T_s$ einen Grenzfall

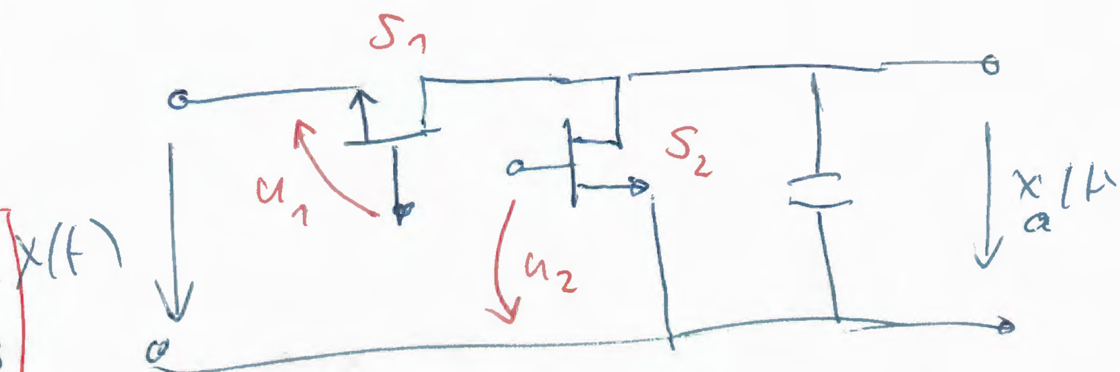
Hier sieht $x_a(t)$ wie nachstehend aus:



3.2 : Das S/H-Abtasten und die PAM

PAM : Pulsamplitudenmodulation

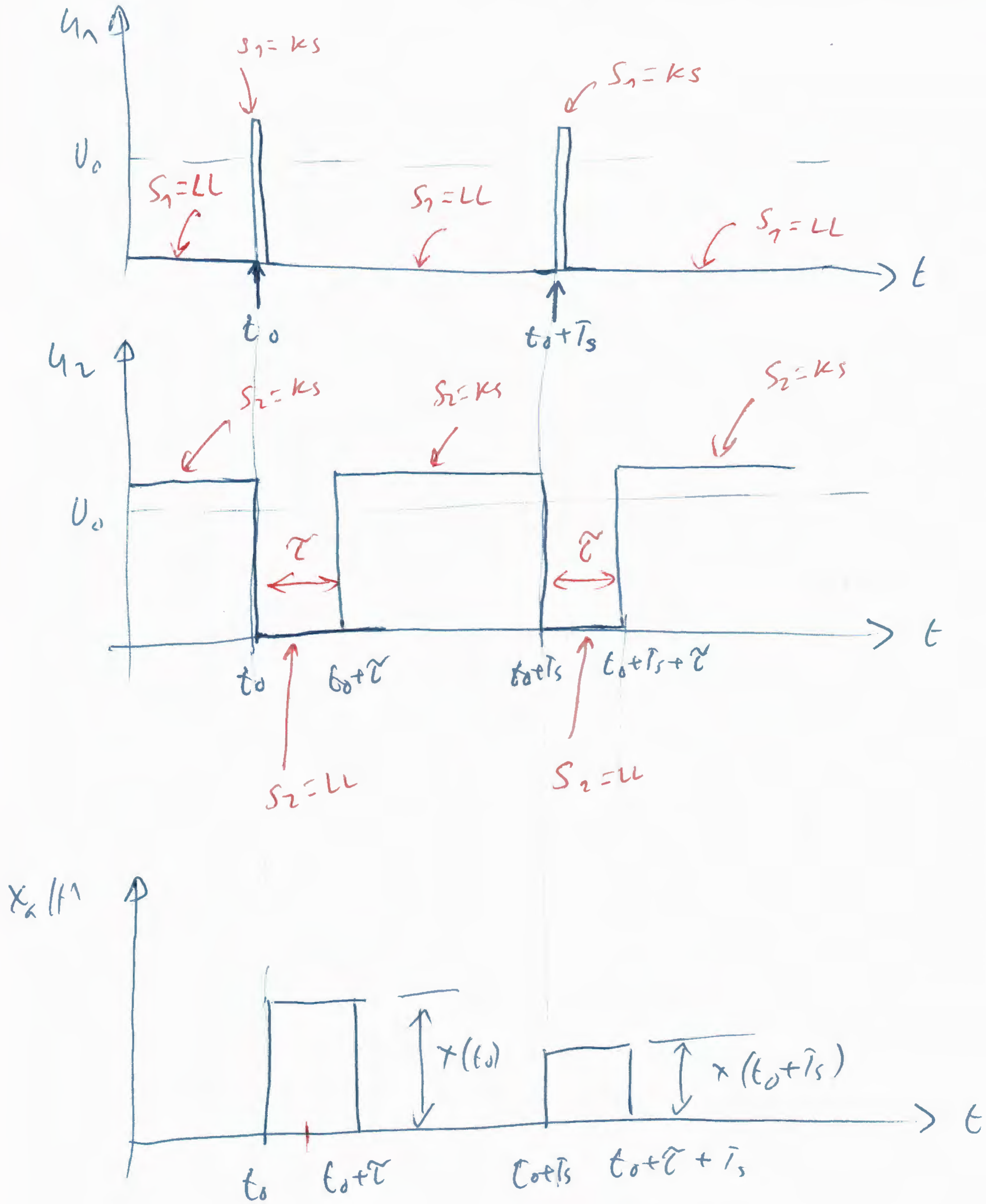
– Realisierung



$u_i = 0 \Rightarrow S_i = LL$

$u_i > U_0 \Rightarrow S_i = KS$

U_0 = Versorgungsspannung



$$x_a(t) = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(t_0+mT_s)\; p\left(t-\left[t_0+\frac{\tau}{2}\right]-mT_s\right)$$

$$t_0 = -\frac{\tau}{2} \Rightarrow x_a = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} x\left(mT_s-\frac{\tau}{2}\right)\; p\left(t-mT_s\right)$$