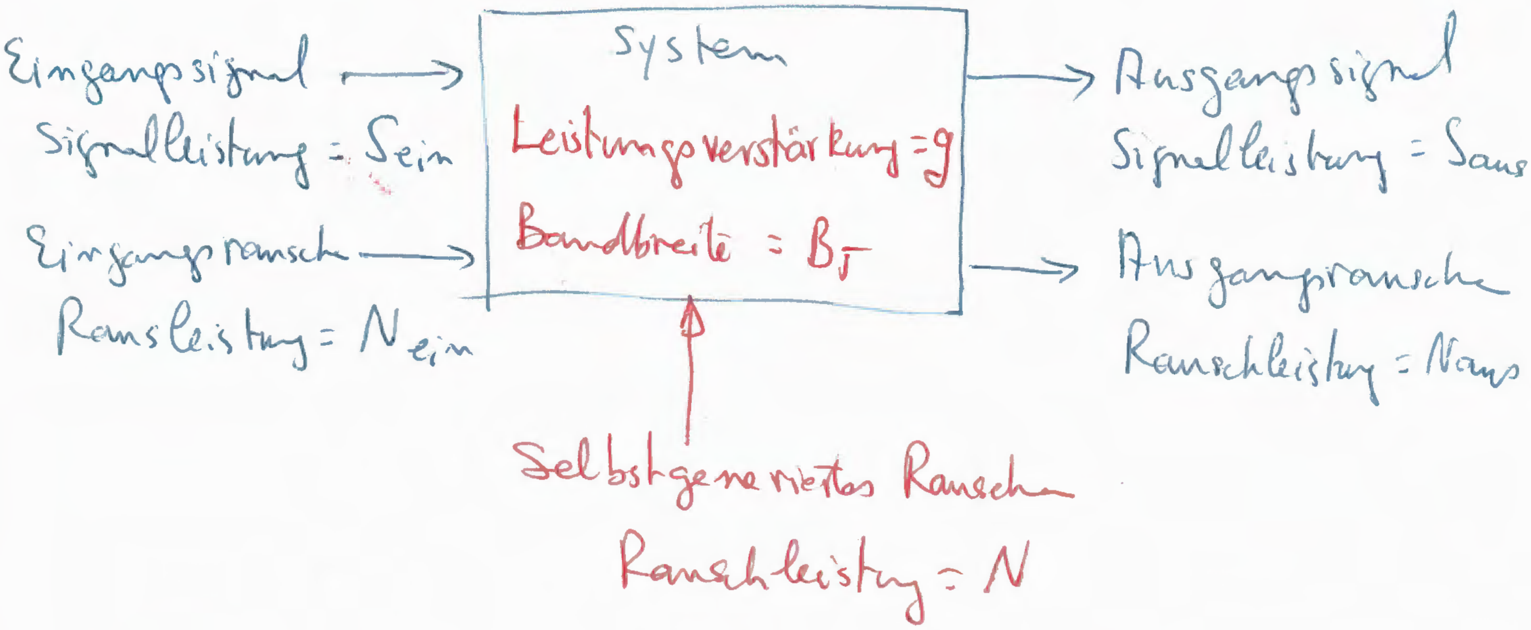
Vorlesung am 07.12.05

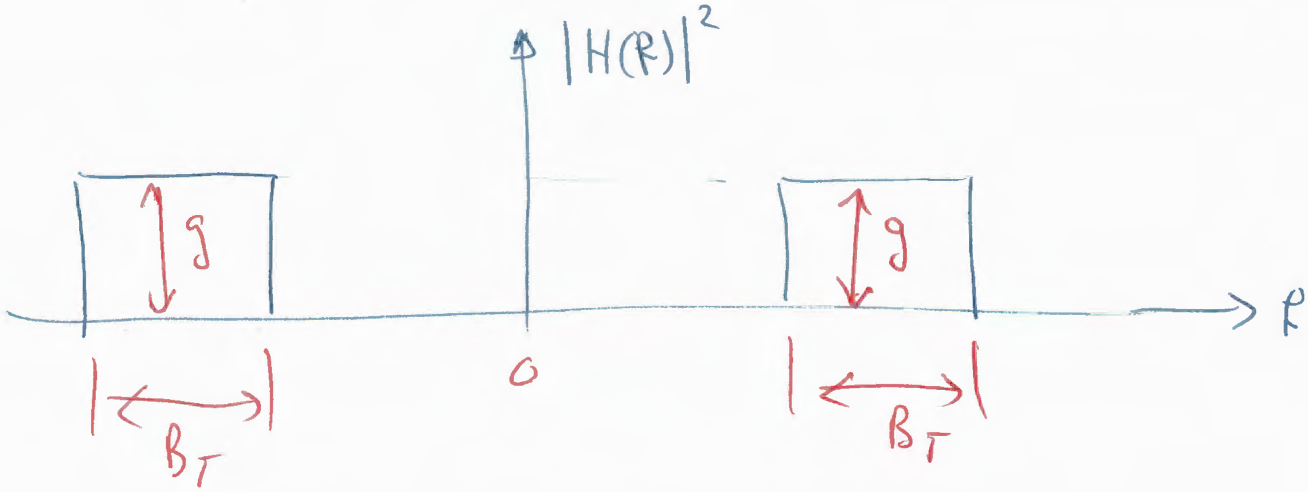
9.V

KT-I
05/06

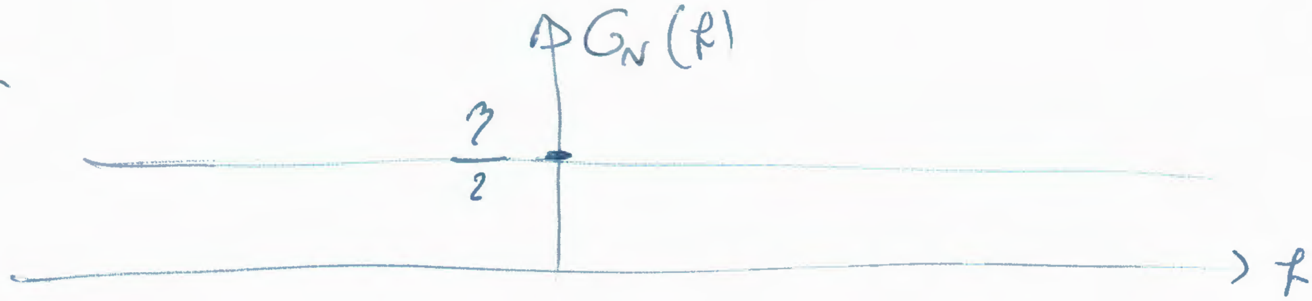
3.6: Kenngrößen des Rauschens



Ein allgemeines, vereinfachtes Model für das System ist wie nachstehend anzunehmen:



Angenommen, daß das Eingangsrauschen weiß ist, dann



$\eta_n = kT$ $\eta_u = 4RkT$ $\eta_i = \frac{4}{R}kT$

Im diesem Unterkapitel, werden wir das Rauschen durch seine Leistung (verfügbare) darstellen.

Die Rauschleistung $N_{aus} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{2} \cdot |H(f)|^2 \, df$

$$= \frac{\eta}{2} \cdot 2 g B_T = g \eta B_T$$

wobei $\frac{1}{2}\eta$ ist die Rauschspektraldichte am Eingang.

3.6.1: Definitionen

Signal-Stör-Abstand (Signal-to-Noise-Ratio) (SNR)

$$= \frac{\text{Signalleistung}}{\text{Rauschleistung}}$$

Am Eingang: $(SNR)_{ein} = \frac{S_{ein}}{N_{ein}}$

Am Ausgang: $(SNR)_{aus} = \frac{S_{aus}}{N_{aus}}$

Wegen des selbstgenerierten Rauschens N ist $N_{aus} > N_{ein}$. $\Longrightarrow (SNR)_{aus} < (SNR)_{ein}$

Hier definiert man die Rauschzahl F:

$$\text{Rauschzahl } F = \frac{(SNR)_{ein}}{(SNR)_{aus}} \geq 1$$

$F = 1$ für rauschfreie Systeme, wobei kein selbstgeneriertes Rauschen vorhanden ist

- Die dB-Größe

Die Einheit "Bell" $= \log_{10}$ (Leistungskoeffizient)

Die Einheit dici-Bell (dB) $= 10 \cdot$ Bell

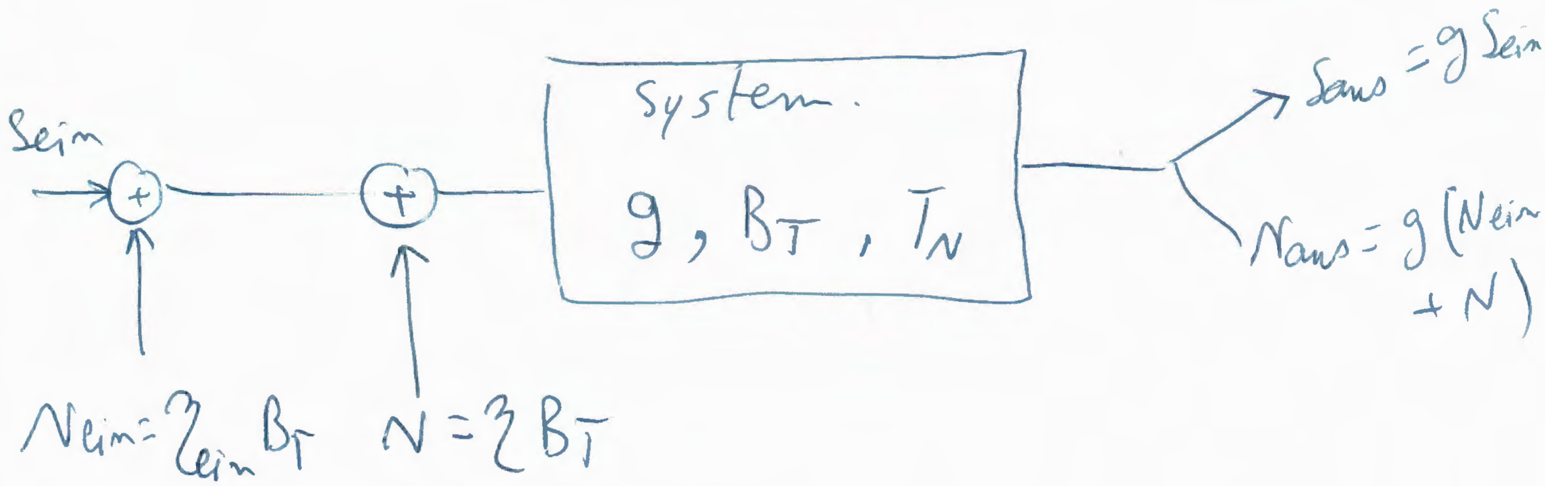
$$(SNR)_{dB} = 10 \log_{10} \frac{S}{N}$$

$$(F)_{dB} = 10 \log \frac{(SNR)_{ein}}{(SNR)_{aus}} \geq 0 \text{ dB}$$

- Die Rauschtempratur des Systems T_N ist die Tempratur eines "schwarzen Korpers" (Widerstands), der die gleiche Rauschleistung N erzeugt wie das System selbst. Dies bedeutet, daß die "äquivalente" Weiß-Spektraldichte des Systems $\eta = k T_N$ beträgt

3.6.2: Zusammenhänge

Das selbsterzeugte Rauschen wird so behandelt, als ob es am Eingang des Systems in Form "weißes Rauschen" erzeugt worden wäre.



$$(SNR)_{aus} = \frac{g\,S_{ein}}{g\,(N_{ein} + N)} = \frac{S_{ein}}{N_{ein} + N}$$

Mit $\quad \eta_{ein} = k\,T_0 \qquad \eta = k\,T_N$

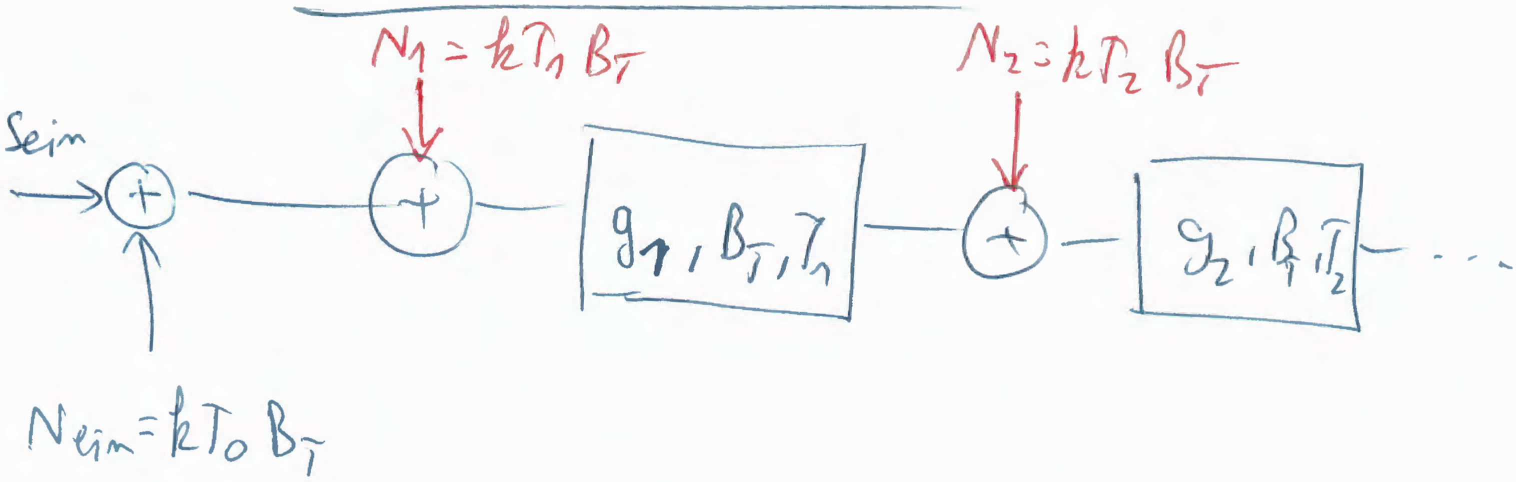
$$\Longrightarrow (SNR)_{aus} = \frac{S_{ein}}{k\,(T_0 + T_N)\,B_T}, \qquad N = \frac{T_N}{T_0} N_{ein}$$

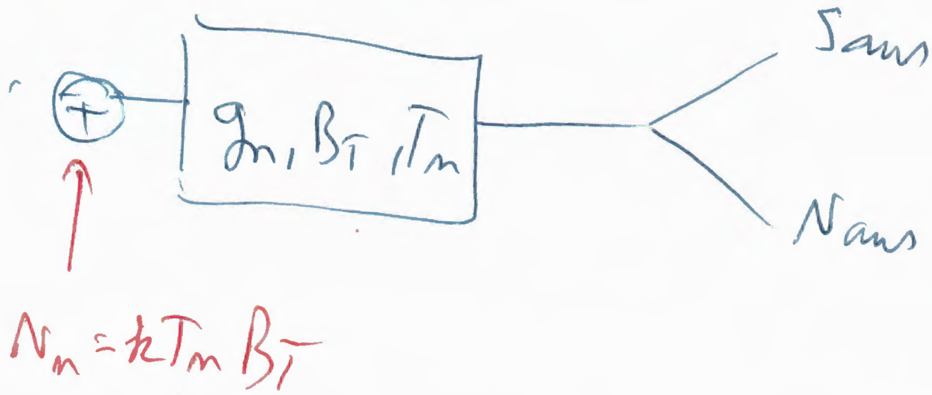
$$\Longrightarrow (SNR)_{aus} = \frac{S_{ein}}{N_{ein}\left(1 + \frac{T_N}{T_0}\right)} = \frac{(SNR)_{ein}}{1 + \left(\frac{T_N}{T_0}\right)}$$

$$\Longrightarrow F = 1 + \frac{T_N}{T_0}$$

T_0 = ambiente Temperatur

3.6.3: Kaskadierte Systeme





Es wird hier angenommen, daß alle Systeme die gleiche Bandbreite B_T haben. Sonst bezeichnet B_T die gemeinsame Bandbreite der gesamten Kaskadierung.

$$(SNR)_{ein} = \frac{S_{ein}}{kT_0 B_T}$$

$$S_{aus} = g_1 g_2 \cdots g_n \cdot S_{ein} = g\, S_{ein};$$

$$g = g_1 g_2 \cdots g_n$$

$$N_{aus} = (N_{ein} + N_1) \cdot g_1 g_2 \cdots g_n + \quad g$$

$$N_2 \cdot g_2 g_3 \cdots g_n + \quad \frac{g}{g_1}$$

$$N_3 \cdot g_3 g_4 \cdots g_n + \quad \frac{g}{g_1 g_2}$$

$$\vdots$$

$$N_m \cdot g_n \quad \frac{g}{g_1 g_2 \cdots g_{m-1}}$$

$$= g \left[N_{ein} + N_1 + \frac{N_2}{g_1} + \frac{N_3}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{N_m}{g_1 g_2 \cdots g_{m-1}} \right]$$

Mit $N_{ein} = k T_0 B_T$, $N_i = k T_i B_T$,

$i = 1, 2, \ldots, m$,

$$N_{aus} = g k B_T \left[T_0 + T_1 + \frac{T_2}{g_1} + \frac{T_3}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{T_m}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}} \right]$$

$$S_{aus} = g \, S_{ein} = g \, (SNR)_{ein} \, N_{ein} = g \, (SNR)_{ein} \, k T_0 B_T$$

$$\Rightarrow (SNR)_{aus} = \frac{\cancel{g k} T_0 \cancel{B_T} \, (SNR)_{ein}}{\cancel{g k B_T} \left[T_0 + T_1 + \frac{T_2}{g_1} + \frac{T_3}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{T_n}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}} \right]}$$

$$\Rightarrow F = \frac{(SNR)_{ein}}{(SNR)_{aus}} = \left[1 + \frac{T_1}{T_0} + \frac{\frac{T_2}{T_0}}{g_1} + \frac{\frac{T_3}{T_0}}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{\frac{T_n}{T_0}}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}} \right]$$

Da $\frac{T_i}{T_0} = (F_i - 1) \Longrightarrow$

$$F = F_1 + \frac{(F_2 - 1)}{g_1} + \frac{(F_3 - 1)}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{(F_n - 1)}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}}$$

Alternativ

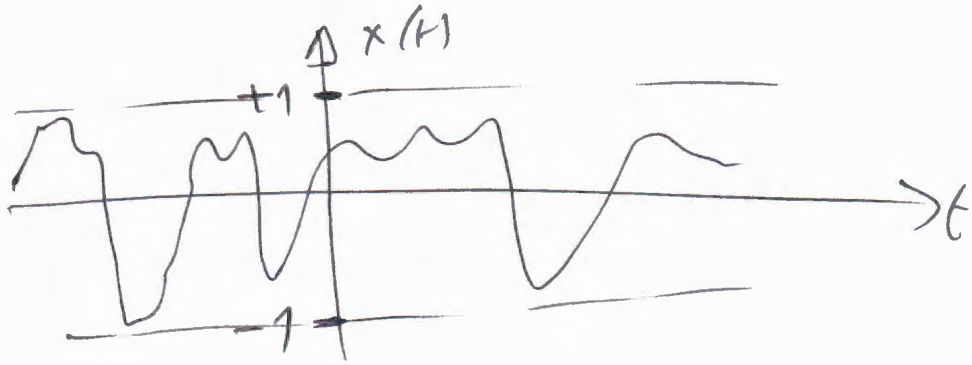
$$T_N = T_0 (F - 1) = T_1 + \frac{T_2}{g_1} + \frac{T_3}{g_1 g_2} + \cdots + \frac{T_n}{g_1 g_2 \cdots g_{n-1}}$$

Deshalb muß das erste System in der Empfangskette ein rauscharmer Verstärker mit $T_1 \ll T_0$ und $g_1 \gg 1$

Kapitel 4: Analoge Modulationen

Ziel: Übertragung von informationtragenden Basisbandsignalen $x(t)$

Annahmen:



1-) $|x(t)| \leq 1$, d.h. $x(t)$ ist das Ergebnis der Division des ursprünglichen Signals durch seines Maximum

2-) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, dt = 0$ 3-) $\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\, dt$ = endlich

$$\Longrightarrow X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt \quad \text{existiert.}$$

4) Angenommen, daß $x(t) = 0$ für $|t| > \frac{T}{2}$,

dann ist die Leistung dieses Energie-Signal begrenzt. Daraufhin können wir das Signal als Leistungssignal behandeln.

Alle möglichen Informationssignale bilden eine Schar $X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \ldots\ x_n(t), \ldots\}$

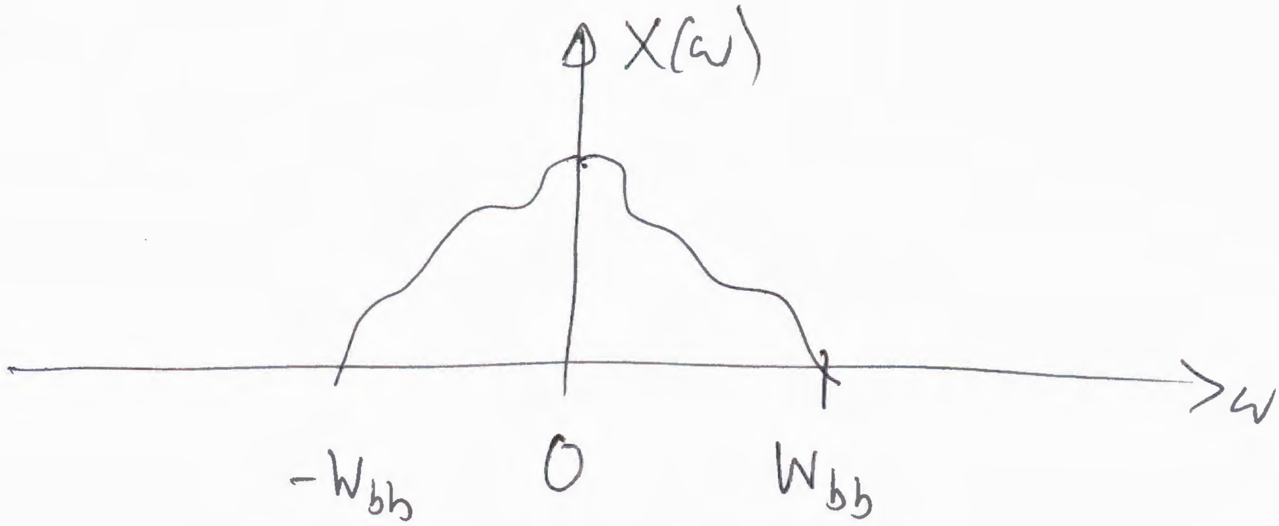
Diese Schar wird ERGODISCH angenommen

$$\Longrightarrow \quad \overline{X} = \langle x \rangle = 0 \qquad \overline{x^2} = \langle x^2 \rangle$$

$$R_x(\tau) = \overline{x(t)\, x(t+\tau)} = \langle x(t) \cdot x(t+\tau) \rangle$$

5-) $X(\omega)$ ist bandbegrenzt.

Hier bezeichnen $x(t)$ und $X(\omega)$ ein beliebiges Signal dieser Schar



Die Basisbandbreite des Signals ist

$$B_{bb} = \frac{W_{bb}}{2\pi} \quad (Hz)$$