Vorlesung am 30.11.05

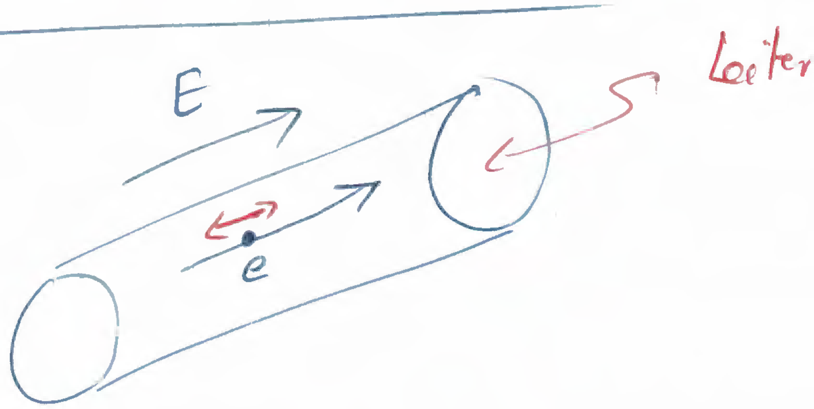
8.V

KT-I
05/06

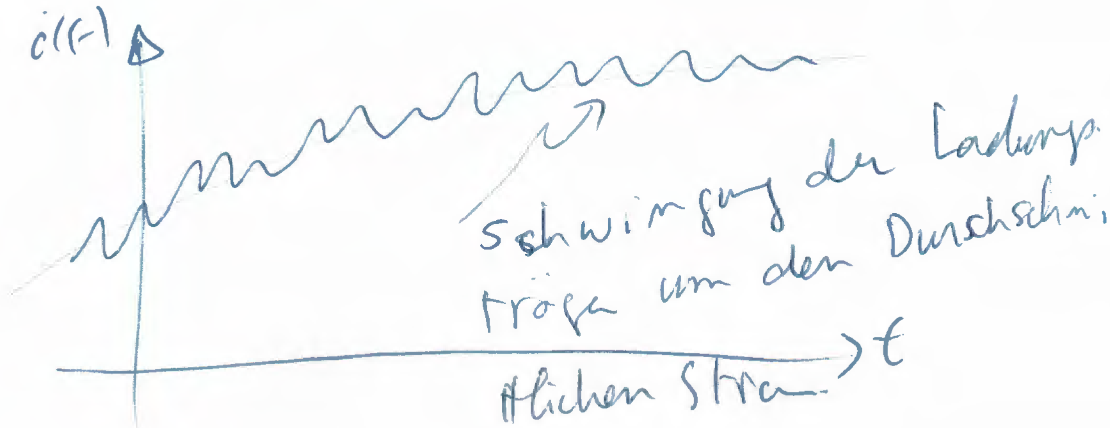
3.5: Das Rauschen

3.5.1: Ausgewählte Rauscharten

a-) Das thermische Rauschen

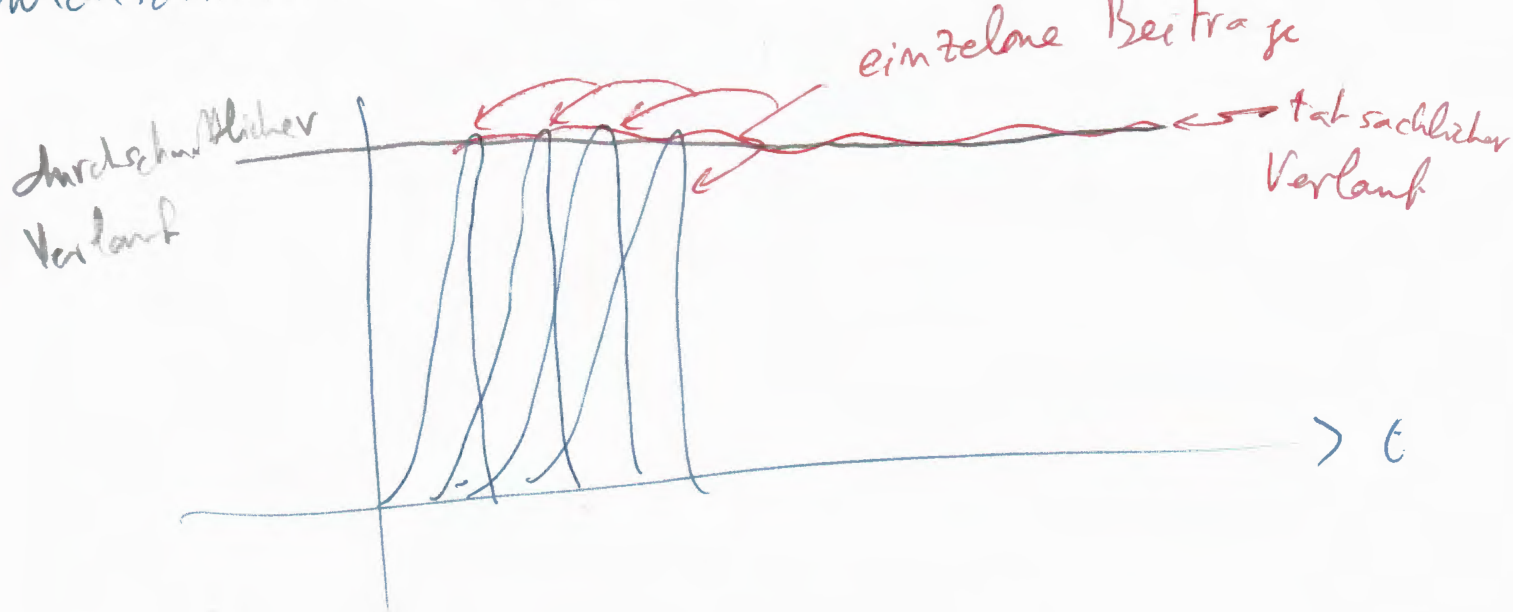


Durch die Kollisionen mit dem schwingenden Materialgitter (Temperaturabhängige Schwingungen) gibt's eine Komponente der axialen Bewegung, die regellos schwingt



b.) Das Schrotrauschen

Ein "angeblich" kontinuierlicher Strom besteht in der Tat aus vielen individuellen Beiträgen. Der Unterschied zwischen dem tatsächlichen Verlauf des Stroms und dem durchschnittlichen Verlauf ist das Schrotrauschen



c.) Das Quantisierungsrauschen

Dies ist der Signalfehler, der durch die Quantisierung (Ab- und Aufrunden) entsteht.

3.5.2: Das thermische Rauschen

Die Spektraldichte der verfügbaren Leistung des thermischen Rauschen eines Widerstands wurde experimentell durch folgendes nachgewiesen:

$$G_{VL}(\omega) = \frac{\frac{1}{2}\hbar|\omega|}{e^{\frac{\hbar|\omega|}{kT}} - 1} = \frac{\frac{1}{2}h|f|}{e^{\frac{h|f|}{kT}} - 1}$$

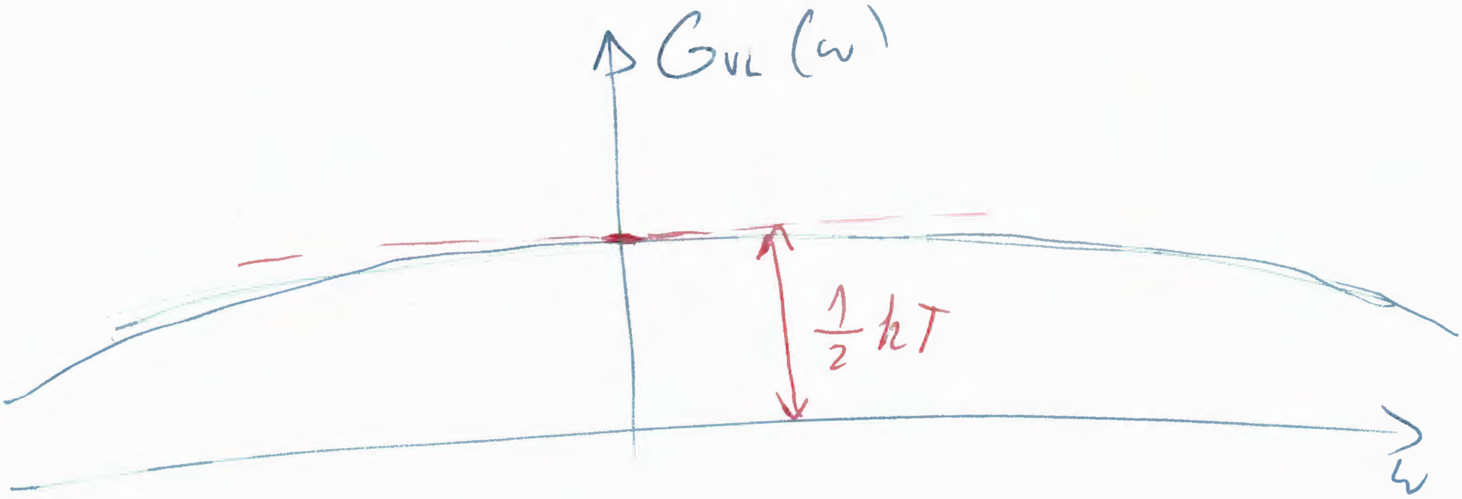
wobei: h = Plank'sche Konstante $= 6{,}62 \times 10^{-34}$ J. Sek

k = Boltzmann'sche Konstante $= 1{,}37 \times 10^{-23}$ J/°K

Diese Spektraldichte beschreibt den Ausgleich zwischen der ständigen Absorbtion der "Sonnen"-Elektromagnetischen Strahlungen (über die gesamte Frequenzachse) und der dabei entstehenden Schwingungen des Materialgitters. Diese Schwingung strählt ständig ebenfalls elektromagnetische Welle, denen Energie gleich der Energie der Absorbtion ist.

Für $h|f| \ll kT$, $e^{\frac{h|f|}{kT}} \simeq 1 + \frac{h|f|}{kT}$

$$\Longrightarrow G_{VL}(f) = \frac{\frac{1}{2}h|f|}{\frac{h|f|}{kT}} = \frac{1}{2}kT$$



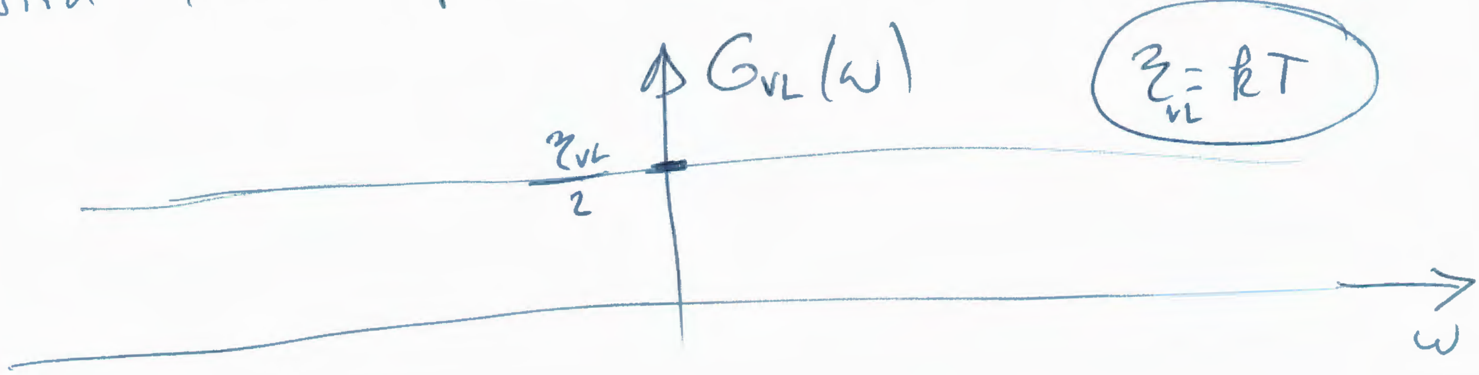
Mit $f = 300\,GHz$, $\frac{hf}{kT} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{11}}{1{,}37 \times 10^{-23} \times 300}$

Zimmertemperatur

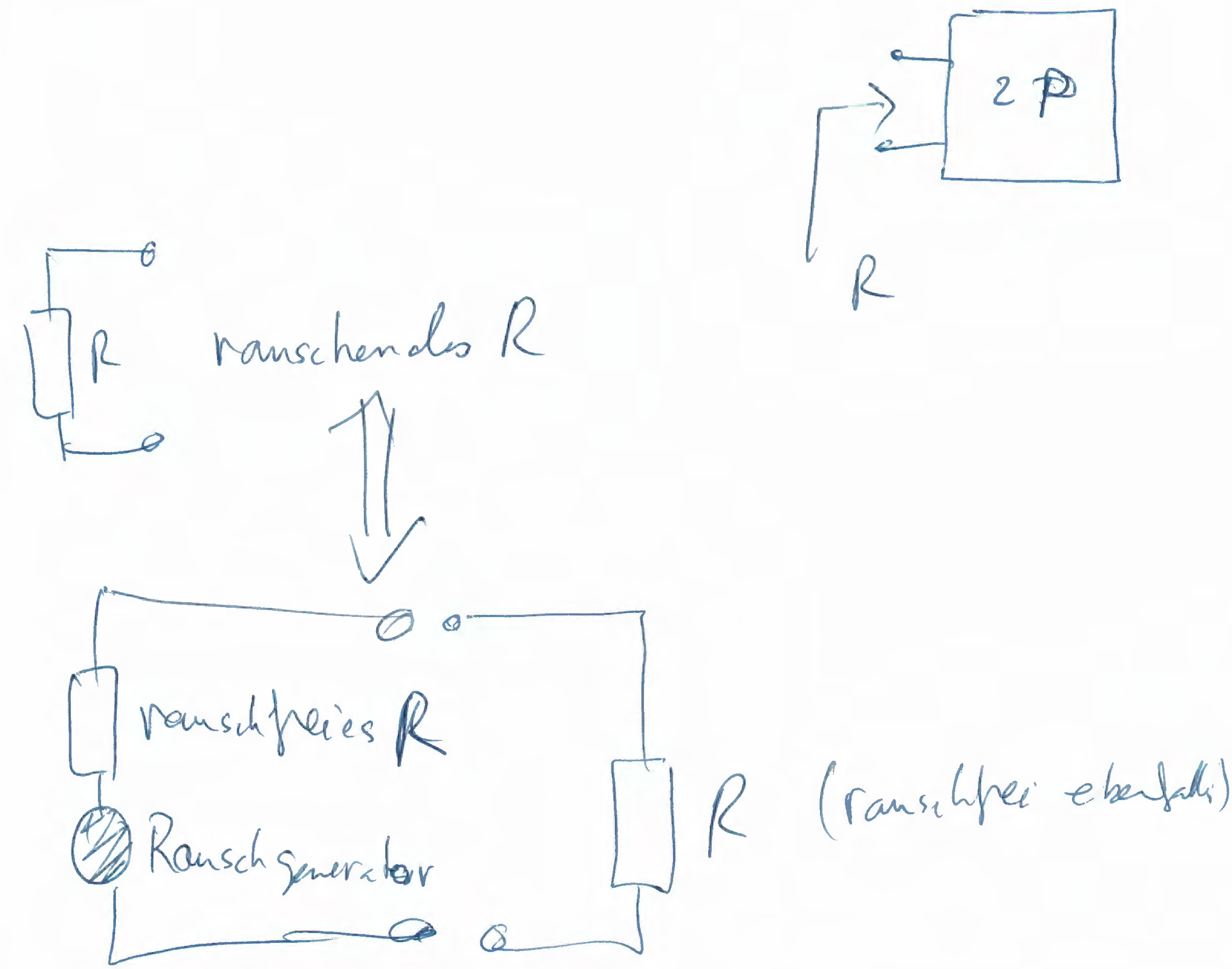
$= \frac{2 \times 10^{-22}}{4 \times 10^{-21}} = 0{,}5 \times 10^{-1}$

$= 0{,}05 \ll 1$

Dies bedeutet, daß $G_{VL}(\omega) \simeq \frac{1}{2}kT$ (konst.) bis sehr hohe Frequenzen. So eine Spektraldichte wird "näherungsweise" als "WEIS" bezeichnet



Nun, was ist die verfügbare Leistung eines Widerstands (oder allgemein eines verlustbehafteten Zweipols)?

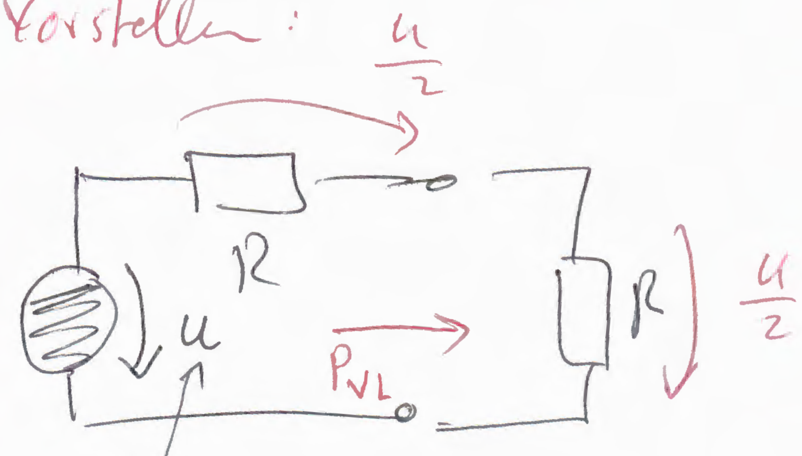


Die verfügbare Leistung eines Generators ist die maximale Leistung, die der Generator abgeben kann. Die wird erreicht, wenn der Generator mit seinem Innenwiderstand abgeschlossen wird

Die verfügbare Leistung $P_{VL} = \int_{-\infty}^{\infty} G_{VL}(f)\,df$

Spektraldichte der verfügbaren Leistung

Um mit Hilfe der Netzwerktheorie das Thema zu behandeln, werden wir zwei ESB'er vorstellen:



steht für eine beliebige Probefunktion u_n

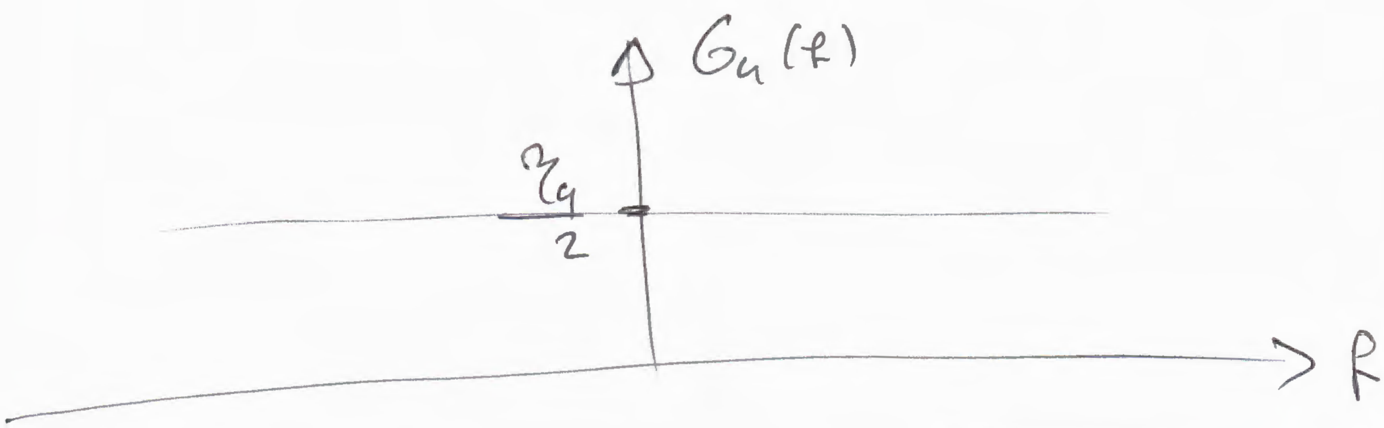
$$P_{VL} = \left\langle \frac{\left(\frac{u}{2}\right)^2}{R} \right\rangle = \frac{\langle u^2 \rangle}{4R}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\langle u^2 \rangle = 4R \cdot P_{VL}}$$

Die Spektraldichte von u^2 ist $G_u(f)$, wobei

$$\langle u^2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_u(f)\,df$$

Da $\langle u^2\rangle = 4R\,P_{vL}$ $\Longrightarrow$ $G_u(f) = 4R\,G_{vL}(f)$

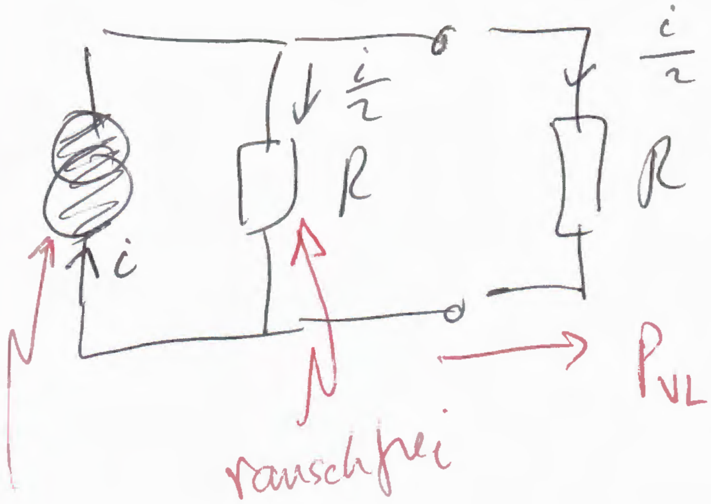


$$\eta_u = 4R\,\eta_{vL} = 4RkT \qquad \boxed{\eta_u = 4RkT}$$

$G_u(f)$ soll so verstanden werden, daß

$$\langle u^2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_u(f)\,df$$

Statt Rauschspannungsquelle „u", eine Rauschstromquelle „i" kann ebenfalls benutzt werden:



$$P_{VL} = \left\langle R \cdot \left(\frac{i}{2}\right)^2 \right\rangle = \frac{R}{4} \langle i^2 \rangle$$

$$\Downarrow$$

$$\langle i^2 \rangle = \frac{4}{R} P_{VL}$$

i steht für irgendeinen Probeverlauf $i_m(t)$

Mit $\langle i^2 \rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} G_i(f)\, df$;

$P_{VL} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} G_{VL}(f)\, df$, erhalten wir

$$G_i(f) = \frac{4}{R} G_{VL}(f) \Longrightarrow \eta_i = \frac{4}{R} \underbrace{\eta_{VL}}_{kT}$$

$$\boxed{\eta_i = \frac{4}{R} kT}$$

Im Allgemeinen:

$$G_u(f) = 4R\, G_{VL}(f) = \frac{2R\, h|f|}{e^{\frac{h|f|}{kT}} - 1}$$

$$\simeq 2RkT \quad \text{für } h|f| \ll kT$$

$$G_i(f) = \frac{4}{R}\, G_{VL}(f) = \frac{2\, h|f|}{R\left[e^{\frac{h|f|}{kT}} - 1\right]}$$

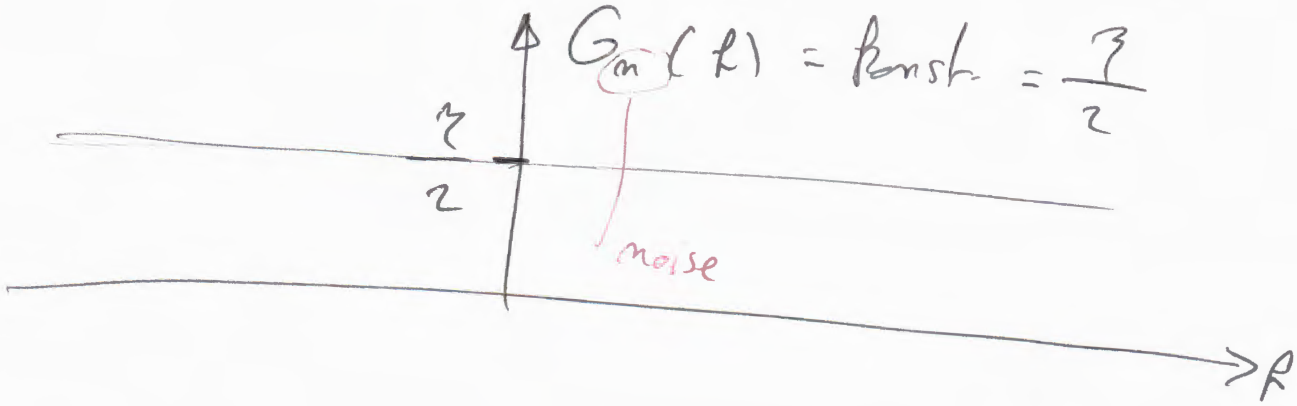
$$\simeq \frac{2kT}{R} \quad \text{für } h|f| \ll kT$$

<u>Wichtig</u>

$$\langle u^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_u(f)\, df$$

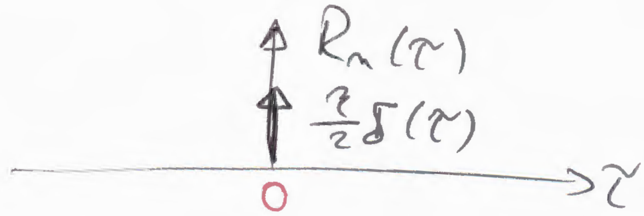
$$\langle i^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_i(f)\, df$$

3.5.3: Das weiße Rauschen



Da $R_n(\tau) = \langle n(t) \cdot n(t+\tau) \rangle = \mathcal{F}^{-1}\{G_n(f)\}$

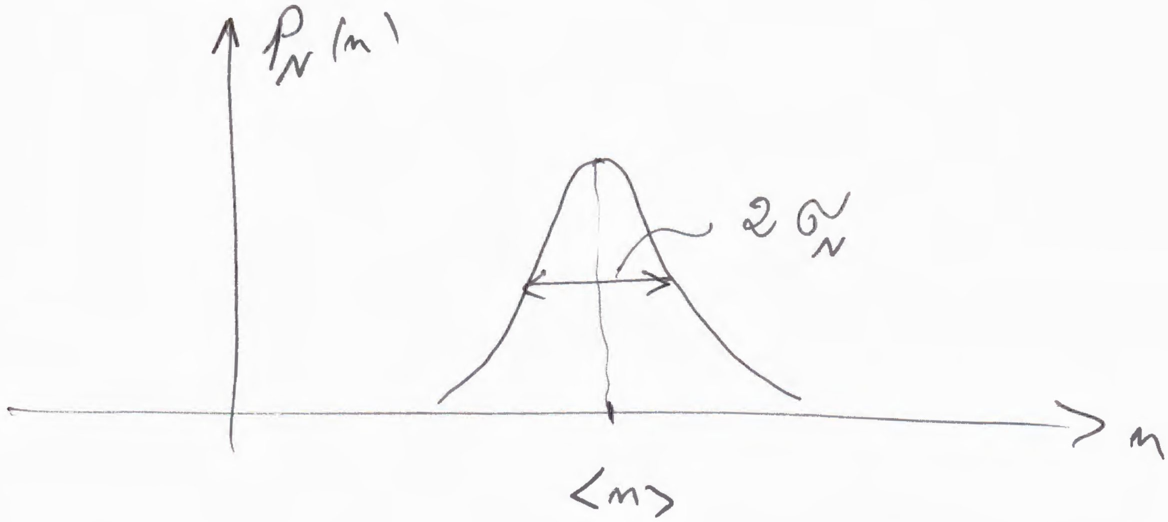
$$\Longrightarrow R_n(\tau) = \frac{\eta}{2}\,\delta(\tau)$$



Dies bedeutet, daß $n(t)$, $n(t+\tau)$ für $\tau \neq 0$ nicht korreliert sind. Allerdings, $\langle n^2(t) \rangle = \infty$

$\Longrightarrow$ die Rauschleistung in diesem Model ist unendlich. Deshalb ist dieses Model nicht physikalisch.

3.5.4: Interpretation der Rauschleistung



$$\sigma_N^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 \quad ; \quad \langle n^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)\, df$$

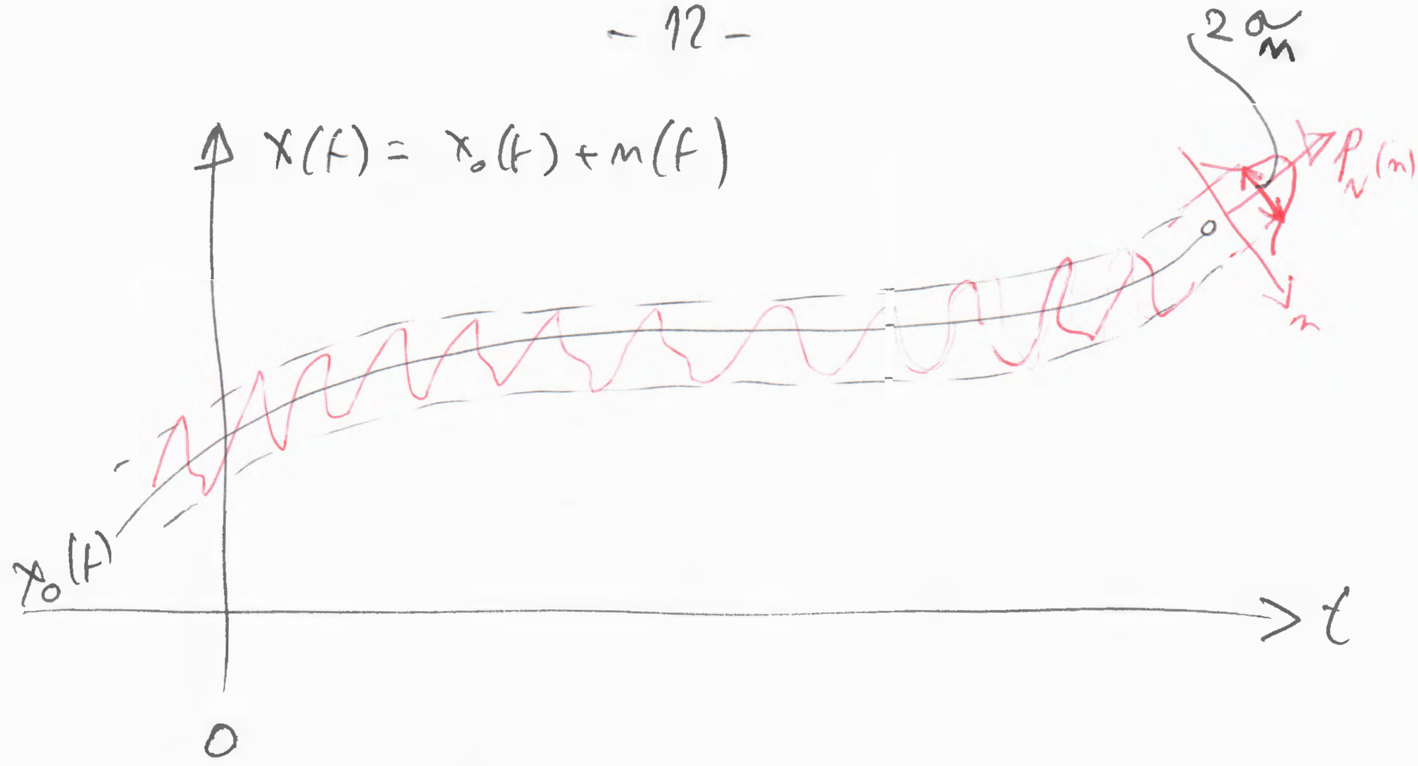
$$\Longrightarrow \quad \langle n^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)\, df$$

$$= \langle n \rangle^2 + \sigma_N^2$$

Für mittelwertfreies Rauschen, $\langle n \rangle = 0$, gilt

$$\sigma_N^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f)\, df$$

Dies bedeutet, daß $\langle n^2 \rangle$ in diesem Fall ein Maß für die Unsicherheit über den Wert des Rauschen zu einem bestimmten Zeitpunkt.



3.5.4 Das gefärbte Rauschen

+ Beispiel  $\langle u^2 \rangle$?

$$\langle u^2 \rangle = \frac{kT}{C} \quad , \quad T = 300\,K \quad , \quad C = 0{,}1\,\mu F \Longrightarrow$$

$$\sigma_u = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = 1\,\mu V$$